



TITLE:

分散型電源の系統連系における受動性に基づく制御および位相同期方式に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

南, 政孝

CITATION:

南, 政孝. 分散型電源の系統連系における受動性に基づく制御および位相同期方式に関する研究. 京都大学, 2013, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2013-03-25

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k17570>

RIGHT:

許諾条件により要旨・本文は2014-03-25に公開

分散型電源の系統連系における
受動性に基づく制御および位相同期方式に関する研究

南 政孝

2013

目次

略語	v
第1章 序論	1
1.1 受動性に基づく制御系設計論	2
1.2 同期インバータ	3
1.3 目的と構成	4
第2章 分散型電源系統連系システムとその制御手法	7
2.1 分散型電源系統連系システムの構成とその数式モデル	7
2.1.1 電力変換器の構成	7
2.1.2 回路方程式および実験条件	9
2.2 系統連系のための位相同期方式	34
2.2.1 系統連系	34
2.2.2 数式モデル	35
2.2.3 同期発電機との対応	36
2.3 目標値追従のための受動性に基づく制御	37
2.3.1 受動性の定義	38
2.3.2 電気回路網における受動性	41
2.3.3 受動性に基づく制御	49
2.4 まとめ	55
第3章 位相同期方式および受動性に基づく制御によるダイナミクス	57
3.1 位相急変	57
3.2 位相同期方式によるダイナミクス	58
3.3 受動性に基づく制御によるダイナミクス	63

3.3.1	式 (2.99) をブーストコンバータに適用させた場合	63
3.3.2	式 (2.100) をインバータに適用させた場合	64
3.3.3	式 (2.99) および式 (2.100) を適用させた場合	66
3.3.4	実験的検証	66
3.4	まとめ	70
第 4 章	瞬時電圧低下に対する分散型電源系統連系システムの耐性	73
4.1	瞬時電圧低下	73
4.2	数値的検討	74
4.3	実験的検証	79
4.4	まとめ	81
第 5 章	負荷変動に対する挙動	83
5.1	負荷変動	83
5.2	数値的検討	84
5.3	実験的検証	89
5.3.1	負荷切り替え器	89
5.3.2	実験結果	90
5.4	まとめ	94
第 6 章	システムにおける定常状態の把握および遷移	95
6.1	ポテンシャル関数の再構成	95
6.1.1	対象とする非線形力学系	97
6.1.2	軌道のパワースペクトルとその計算条件	98
6.1.3	保存系における理論的なポテンシャル関数の再構成	98
6.1.4	非線形振動への適用	101
6.1.5	ポテンシャル関数の再構成に関するまとめ	105
6.2	インバータによる負荷変動検出	106
6.2.1	負荷推定の手法	107
6.2.2	重畳信号の設定	107
6.2.3	負荷推定結果	111

6.2.4	誤差評価	113
6.2.5	負荷推定のまとめ	117
6.3	負荷変動後における定常状態の遷移	118
6.3.1	出力電力の算出	118
6.3.2	目標値切り替えによる出力調整	119
6.4	まとめ	122
第 7 章	結論	123
7.1	まとめ	123
7.2	今後の課題	125
	謝辞	127
	参考文献	129
	研究業績	141
付 録 A	ゲートドライブ回路	147
A.1	フォトカプラを使用したゲートドライブ回路	148
A.2	ブーストコンバータのゲートドライブ回路	148
A.3	インバータのゲートドライブ回路	151
A.3.1	デッドタイム生成回路	151
A.3.2	ゲート抵抗によるスイッチング特性の評価	154
付 録 B	RC スナバ回路	165
B.1	スイッチング回路における問題点とその解決策	165
B.2	対象とする DC/DC コンバータとスイッチ動作	166
B.3	R および C の実験的選定とその問題点	167
B.4	R および C の設定方法の文献	169
B.5	ターンオフ時の等価回路	169
B.6	寄生成分の測定	170
B.7	非振動領域と実験結果	172

B.8	まとめ	176
付 録 C	インバータの出力電圧波形に対する二重 Fourier 級数展開	177
付 録 D	実験に用いる測定系の構築およびデータ処理	181
D.1	測定系	181
D.1.1	計測器	181
D.1.2	電流および電圧の検出方法	181
D.2	データの平滑化	182
付 録 E	保存系に対する基本角周波数 ω_1 と初期値 x_0 の関係	183

略語

本論文で使用する略語を以下に列挙する.

AC	Alternating Current
A/D, D/A	Analog/Digital, Digital/Analog
DC	Direct Current
FRD	Fast Recovery Diode
IC	Integrated Circuit
LPF	Low Pass Filter
MOSFET	Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor
MPPT	Maximum Power Point Tracking
PCS	Power Conditioning System
PV	Photovoltaic
PWM	Pulse Width Modulation
SBD	Schottky Barrier Diode
Si	Silicon
SiC	Silicon Carbide

ASME	American Society of Mechanical Engineers
GCOE	Global Center Of Excellence
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IEICE	Institute of Electronics, Information and Communication Engineers
NICT	National Institute of Information and Communications Technology

第1章 序論

電気エネルギーシステムは、現代社会におけるエネルギーネットワークの根幹をなす。近年、電気エネルギーシステムを取り巻く環境が大きく変化し、環境負荷低減や低炭素化社会実現のため、太陽光や風力などの再生可能エネルギーを利用した分散型電源の研究が進められている [1–6]。そして、分散型電源を既存の電力系統に導入し、連系する試みが進められている [2, 7–9]。今後、これらの分散型電源の住宅用および産業用への一層の導入が期待される。一方、これらの自然エネルギーを用いた分散型電源の出力は、天候、気温、風力などの気象条件に左右されやすく、一定の出力が得られないという特性がある [10, 11]。出力変動の大きな分散型電源が配電系統に多数連系する場合、電力の需給バランスが崩れることによる周波数の変動や逆潮流による配電線電圧の上昇をまねくなどの問題が懸念される [6, 12]。また、擾乱によって分散型電源が停止すると、再起動に概ね 5 秒から 15 秒を要する [13]。そのため、系統事故などの広域の擾乱発生時に、分散型電源が一斉停止し、配電系統に電力不足を及ぼすことも懸念される [10, 14]。今後の増加する分散型電源の導入量に伴い、電源単独の系統連系ガイドライン [15] を満たすだけでなく、系統運用に積極的に貢献しうることが強く要求される。すなわち、分散型電源系統連系システムは、定出力特性、擾乱への耐性、電力の調整機能を有することが不可欠となっている。

本論文は、受動性に基づく制御により複数の電力変換器の制御手法を構成し、位相同期方式により擾乱に対して柔軟に電力系統と連系することについて検討するものである。分散型電源を系統連系するには、多段の電力変換器が必要である。さらに、複数の分散型電源を並列化して利用する場合が想定される。この複数の電力変換器が結合したシステムの制御を考える。システムの制御を、各電力変換器における個別の制御方式を統合することにより構築することは、非常に複雑なものとなる。さらに統合した制御方式は、それぞれの優位な特性を活かすことが困難である。また、今後これらのシステ

ムが並列化して大容量化する議論が進められることを考慮したとき、並列化に適した制御方式の確立が重要となる。そこで本論文では、エネルギーに関する概念である受動性 [16–19] に基づく制御を用いて、複数の電力変換器が結合したシステムの制御方式を構築する。また、分散型電源には直流を出力するものが多い。しかしながら、既存の電力系統は交流発電システムの同期に基づく自律的安定性に依存するシステムである。そして、このシステムの安定化に多大な労力が費されている。既存の電力系統に出力変動の大きな分散型電源を導入する場合、上述のとおりシステムの安定性への影響が懸念される。そのため現在では、分散型電源の出力電力量の制限や系統連系可能な地域の限定がなされている。そこで本論文では、既存の電力系統に用いられる同期を維持するような系統連系方式を検討するとともに、分散型電源の導入促進の一助となる高機能な電力変換器の開発を進める。

1.1 受動性に基づく制御系設計論

エネルギーという概念は、理学および工学のもっとも重要な概念の1つである [16, 20, 21]。エネルギーに注目することは、物理システムに対する力学系を理解するとともに、重要な特徴を与えることに繋がる。特に、複数の物理システムが結合したシステムにおいて、個々のエネルギーが独立性を維持することによって、相互干渉のないシステム形成を可能にする性質が知られている。従来より線形の電気回路理論やシステム理論では、この性質は正実性または正実関数として知られ、フィルタ設計、遅延回路網設計などにおいて多くの研究が報告されている [16, 22]。線形理論に用いられるこの考え方を、非線形に拡張した受動性が着目され、受動性に基づく制御系設計が有本氏らによって始められた [23]。この制御は、エネルギーに散逸を与えるように制御入力を入れることによって、目標値に収束させるものである。そして受動性に基づく制御は、従来の線形系のための制御手法ではなく、非線形系にも対応可能な制御手法である。さらに、この制御系によるシステムの大域漸近安定性についても言及されている。同様の発想で、van der Schaft 氏によって Hamilton 系への導入が行われ、数学的な観点から Lie 代数の構造との関連を示唆する結果を与えている [24]。その後、Slotine 氏ら [25]、Ortega 氏ら [26] によって機械系の受動性に基づく制御が新しい適応制御として研究されている。さらにこの制御系設計は、機械系だけに留まらず、DC/DC コンバータにおいて適用できるこ

とが, Sira-Ramírez 氏らによって提案されている [27]. Escobar 氏らはĆuk コンバータが Hamilton 形式で表されることを示し, さらにその表現を一般化している [28]. 続いて整流器, インバータ [29, 30] において受動性に基づく制御が研究されている. 受動性という物理的性質は機械系だけでなく, 電気系, 電気機械系にも表れる性質である. そのため Ortega 氏らは, これらの系の受動性に基づく制御を一般化している [31]. 本論文の先行研究では, コンバータの並列接続回路 [32], コンバータおよびインバータの接続回路 [33] において, 受動的な性質が同様の考え方で得られることを示している. 本論文では, この受動性に基づく制御系設計論を複数の電力変換器が結合した分散型電源系統連系システムに適用する.

1.2 同期インバータ

既存の電力系統に接続する同期発電機は, 送電線を介して電力を授受して, 同期を維持している. この同期現象により, 既存の電力系統に新たに同期発電機を追加することが可能である. このような同期現象の特徴を利用して, 既存の電力系統は大規模化を実現している. そのため, 既存の電力系統に出力変動の大きな分散型電源を導入するには, 発電した電力をインバータによって交流に変換し, 電力系統に同期させて連系する方式が取られる. しかしながら, インバータはスイッチング回路に過ぎず, 同期発電機のような慣性を持っていない. そのため, 基本的に電力を介した相互同期の機能は有していない. インバータの多くは, 連系する系統電圧の零クロス点でトリガをかける方式もしくは PLL(Phase Locked Loop) の動作に基づく位相制御を用いる. そのため, 分散型電源側と配電系統側の相互の状態変化に応じた電力授受をインバータが自律的に行わない.

これに対して, 同期発電機の特性を持つインバータを開発することは, 現状の電力系統に多数の分散型電源を系統連系するために有効である. 原田氏ら [34] や大西氏ら [35] は, インバータの電圧によって位相を決定する方式を提案している. さらに, 本論文の先行研究では, この概念を基にした位相同期方式について検討している [36]. またその後, 同期発電機の特性を持つインバータとして, 電力によって位相を決定する方式 [37, 38], 仮想同期発電機モデルを用いる方式 [39, 40] について検討した報告がある. 本論文では, この位相同期方式を用いて, 既存の電力系統と同期を維持する同期インバータについて検討する.

さらに本論文では、インバータに負荷推定および状態遷移の機能を付与する可能性を示す。電気エネルギーの欠点は、長期蓄電が困難であるということが挙げられる。そのため電力系統の運用では、同時同量の原則が用いられる。同時同量の原則とは、発電量と電力消費量を常に一致させることをいう。同時同量を維持するために、配電系統からは、需要家側で必要となる電力量をあらかじめ予想し、調整しなければならない。分散型電源が導入された場合には、需要家側で必要となる電力量は、負荷で消費する電力量から分散型電源の発電量を差し引いた電力量になる。その際に、分散型電源の出力が変動すると、需要家側で必要となる電力量を予想することが困難になってしまう可能性がある。このような背景から、今後は需要家側で必要となる電力量を一定にすることが求められる。そのためにまず、需要家が消費する電力量を時々刻々と推定することを考える。本論文では、需要家側に接続する負荷を推定する手法を提案する。インバータに微小信号を重畳し、その周波数成分の電圧と電流から接続する負荷を推定する。この発想は、モータ駆動用のインバータにおけるオートチューニング機能 [41] に由来するものである。このインバータは、接続するモータの制御をより高精度に行うため、インバータから周期的な信号を重畳し、モータの固有定数を自動計算する機能を有している。また、系統連系用のインバータに摂動を印加する提案は特殊なものではなく、分散型電源の単独運転検出を行う既存手法として確立されている [14, 42]。そこで本論文では、この周波数帯の摂動を利用し、負荷推定を実験系により実証する。この負荷推定の実現により、需要家側で必要な電力量を把握することができる。次に、負荷に合わせた電力量の調整を実現するために、状態遷移を可能にする手法を検討する。本論文で使用する同期インバータは、同期発電機との対応が成り立っている。そのため、入力電力に合わせた出力をするように位相を自律的に調整する。そのため、インバータの出力を調整するには、入力電力を調整すればよい。入力電力の目標値を適切な値に決定し、前節の受動性に基づく制御によって、新たな定常状態への遷移を実現する。

1.3 目的と構成

本論文は受動性に基づく制御によりシステムの状態変数を目標値に追従する制御手法を構成し、位相同期方式により同期発電機のように慣性をもって、柔軟に電力系統と連系するインバータを検討することを目的とする。さらに、インバータに定常状態の把

握と遷移の機能を付与することについて検討する。

第2章では、住宅用の太陽光発電システムの概要を述べ、本論文で対象とする分散型電源系統連系システムとその制御を説明する。この制御は、系統連系のための位相同期方式と目標値追従のための受動性に基づく制御である。同期発電機に対応した振る舞いを示すインバータを実現するために、インバータの入力電圧によって周波数を決定する電圧制御発振器を用いる。そして、システムのエネルギーに注目した受動性について詳述し、システムに対する受動性に基づく制御を導出する。多直多並列した電力変換器にもその性質を維持することを示し、電力変換器の包括的な制御系設計を行う。

第3章では、第2章で導出した位相同期方式と受動性に基づく制御のそれぞれのダイナミクスを検討する。位相同期方式によるダイナミクスが、同期発電機と類似の振る舞いを示すことを確認する。これにより、配電系統側の電圧位相が急変した場合に、再び同期を維持できることを示す。そして動作の時間および振動振幅により、インバータの入力側のキャパシタ容量を設定する。次に受動性に基づく制御を適用することにより、状態変数が目標値へ追従することを確認する。その結果、受動性に基づく制御の妥当性と有効性を示す。さらに状態変数における過渡挙動の傾向から、受動性に基づく制御に用いる制御ゲインを決定する。

第4章では、瞬時電圧低下に対する電力変換器の耐性について検討する。従来の電力変換器は、瞬時電圧低下に対して運転継続困難に陥ることが多い。本論文で対象とする受動性に基づく制御により状態変数を目標値に追従させ、位相同期方式により同期発電機のように柔軟に擾乱を受け流して系統連系を維持することを確認する。そして、瞬時電圧低下回復の2秒後に、再び元の定常状態へ復旧することを数値的および実験的に示す。

第5章では、分散型電源が接続する需要家側の負荷が変動した場合における挙動を検討する。インバータが出力を一定にするために、配電系統と負荷との位相差を調整する動作を示す。この動作により、負荷変動によって変化した電力の釣り合いを取るように位相が決定し、系統連系を維持することを示す。

第6章では、定常状態の把握と遷移について検討する。まず始めに低次元力学系のポテンシャル関数を再構成する手法を提案する。ポテンシャル関数は、力学系の定常状態を特徴づけるものである。そのため、ポテンシャル関数を再構成できれば、定常状態が

把握可能であると考えられる。そこで、ポテンシャル関数上を振動する軌道を計算し、その軌道に対するパワースペクトルを用いる手法を提案する。この再構成手法では、任意の初期値に対する軌道が観測可能であるという仮定を立てる。しかしながら、この仮定は実用的ではない。そこで次に、実験系における定常状態を把握する手法を提案する。ここで推定対象は、負荷の値である。振動する解を得るために、インバータに微小信号を重畳する。そして、実験的に負荷を推定する手法を検証する。その結果、推定誤差を含むが、負荷を推定できることを示す。さらに、この推定誤差について考察を加える。最後に、定常状態の遷移について数値的に検討する。第5章で擾乱として考慮した負荷変動が発生した場合に、その変動を推定できたと仮定し、出力電力を調整することを提案する。需要家側で電力を調整することによって、同時同量を実現する。そのため、ここでは配電系統からの電力を一定に維持することを目的にする。そして、負荷変動後に配電系統からの出力電力を一定に維持できることを数値的に示す。

最後に第7章では、本論文のまとめを述べ、今後の課題について議論する。

第2章 分散型電源系統連系システムとその制御手法

本章では分散型電源系統連系システムとその制御について説明する。はじめに対象とするシステムの構成を説明し、その数式モデルを導出する。このシステムは多段の電力変換器で構成される。そのため、それぞれの動作確認を行う。

2.1 分散型電源系統連系システムの構成とその数式モデル

本節では、まず分散型電源系統連系システムの構成を示す。分散型電源として、本論文では太陽光発電を想定する。そこで、系統連系する太陽光発電システムについて説明する。次にそれぞれの回路方程式を導出し、実験で用いる設定について述べる。

2.1.1 電力変換器の構成

本項では対象とするシステムの構成を説明する。分散型電源として太陽光発電を想定するので、一般的な太陽光発電システムの概要について述べる。このシステムは、太陽電池アレイと呼ばれる太陽電池の集合体によって発電し、パワーコンディショナーによって配電系統と連系する。この構成を参考にして、本論文で対象とする分散型電源系統連系システムの構成を設定する。

太陽電池アレイ [42, 43]

p 型半導体と n 型半導体を 10 ~ 15 cm 角の板状の Si に pn 接合して生成した太陽電池セルは太陽電池の最小単位である。その出力電圧は 0.5 ~ 1.0 V である。この電圧は、太陽光発電として利用するには低い。所望の電圧および電力を得るために、図 2.1 に示すように複数のセルを組み合わせて、太陽電池モジュールを構成する。そして出力電圧を

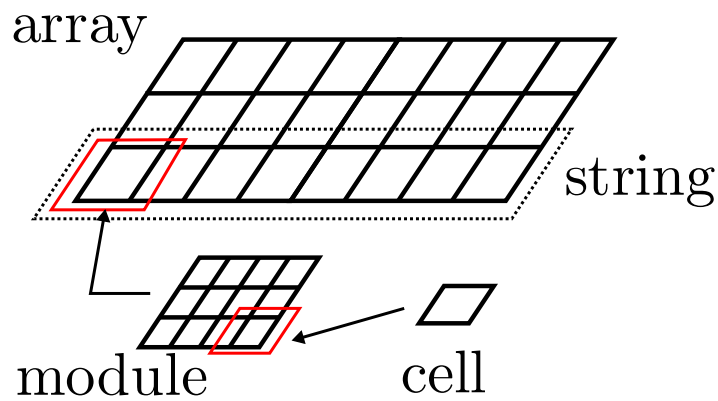


図 2.1: 太陽電池セル, モジュール, アレイの構成

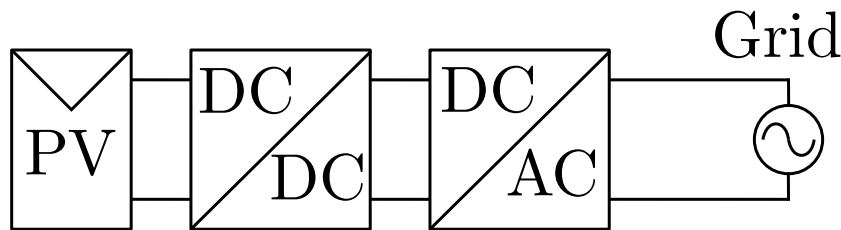


図 2.2: パワーコンディショナーの電力変換器の構成

確保するために、複数の太陽電池モジュールを直列に接続してストリングを構成する。さらに必要な電力に調整するために、並列接続して電流を確保する。これが太陽電池アレイである。

パワーコンディショナー [1, 42–44]

パワーコンディショナーは、図 2.2 に示すように DC/DC コンバータ (多くの場合、昇圧チョッパ)、インバータ^(a)から構成される。さらに、パワーコンディショナーでは、観測による監視および制御を行う。この制御回路は、DC/DC コンバータを電圧制御する。特に MPPT 制御により最大出力を維持するように電圧を決定する。インバータに対しては、電流および電圧制御、系統連系保護、単独運転検出などを行う。

^(a)DC/AC コンバータのことをインバータと呼ぶ [45, 46]。交流を直流に変換する整流は、真空管の時代から広く使われており、「順変換」と呼ばれていた。そのため、後年可能になった直流から交流への変換を、「逆変換」と呼ぶようになった。これがインバータという名称の由来である。

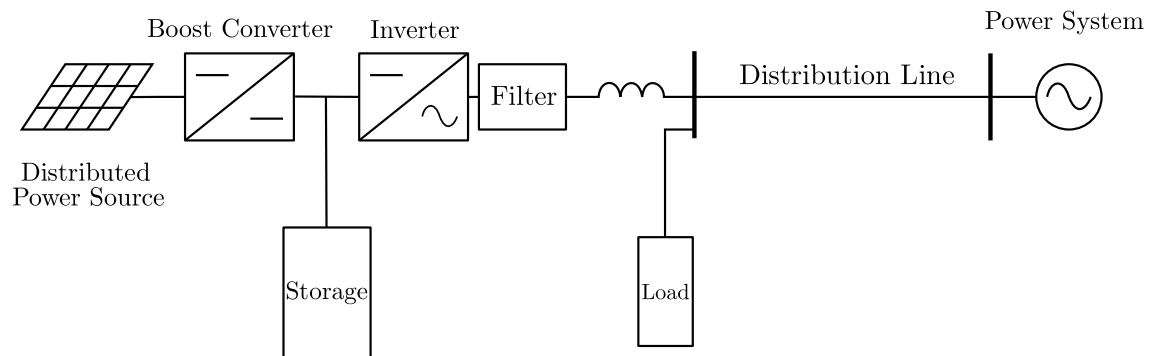


図 2.3: 分散型電源が配電系統に連系するシステムの概略

対象とする分散型電源系統連系システム

図 2.3 に配電系統に連系する分散型電源の概略を示す。本論文では、実システムに則した構成を設定する。一般家庭に分散型電源が接続することを想定する。つまり、一般電気工作物^(b)の需要内に分散型電源が接続するものとする。そのため、配電は 100 V 单相 3 線式の低圧配電系統 [47] を考える。

次に電力変換器の構成について述べる。さきほど説明したパワーコンディショナーと同様に、DC/DC コンバータとインバータによって系統連系を行う。具体的には、分散型電源から昇圧コンバータのブーストコンバータによって電圧を昇圧し、蓄電装置を介して、インバータによって連系する構成を考える。インバータの出力側には、高周波除去用のフィルターと過電流保護用のリアクトルを接続する。さらに、需要内に分散型電源が系統連系するので、負荷は連系点の直下に接続される。

2.1.2 回路方程式および実験条件

本項では、前項で示した電力変換器の構成に対する回路方程式の導出と実験条件について詳述する。特に、それぞれの電力変換器の原理や回路パラメータの設定指針について述べる。図 2.3 のシステムにおけるブーストコンバータ、蓄電装置、インバータ、フィルタ、配電系統の動作について説明する。そして、全システムにおける目標値を導出する。

^(b)電気事業法 第 38 条

(i) ブーストコンバータ

分散型電源の出力電圧を系統連系に必要な電圧に昇圧するブーストコンバータについて述べる。まず、ブーストコンバータの動作を説明する。特に、定常状態におけるインダクタの電流連続条件やキャパシタの電圧リップルについて言及する。これらは、インダクタやキャパシタを選定する指針になる。次に実際に作成した回路の動作方程式を導出する。最後にブーストコンバータの回路の動作を確認する。

(a) 原理

はじめにブーストコンバータの動作原理を説明する。そのために、図 2.4(a) の回路を考える。ここで、入出力電圧 v_I , v_O 、インダクタ電流 i とする。図中のスイッチの動作によって、場合分けして動作を述べる。

スイッチがオンの場合、ダイオードの両端には逆電圧 ($-v_O$) がかかる。すなわち、スイッチは短絡、ダイオードは開放とみなせる。すると、図 2.4(a) を図 2.4(b) に書き直すことができる。そして、この場合の回路方程式は以下の通りである。

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = v_I \\ C \frac{dv_O}{dt} = -\frac{v_O}{R} \end{cases} \quad (2.1)$$

一式目において、入力電圧 v_I により、インダクタに流れる電流 i が増加する。つまり、一式目は入力電圧源からインダクタにエネルギーを貯める動作を意味する。そして、二式目はキャパシタに蓄積されたエネルギーを放電する動作を表す。

次にスイッチがオフの場合を考える。オン時にインダクタの電流が流れるので、インダクタの電流連続条件からインダクタに起電力が発生して、ダイオードは導通する。よって、図 2.4(a) を図 2.4(c) に書き直すことができる。回路方程式は以下の通りである。

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = v_I - v_O \\ C \frac{dv_O}{dt} = i - \frac{v_O}{R} \end{cases} \quad (2.2)$$

入力電圧源とインダクタから、キャパシタと負荷にエネルギーが供給される。

スイッチの切り替えによる、2 式を統合した回路方程式を説明する。スイッチの周期を T として、そのうち、オン時間を T_{on} 、オフ時間を T_{off} とする。つまり、 $T = T_{on} + T_{off}$ である。ここで、デューティ比 u を T_{on}/T と定義する。デューティ比 u は 1 周期におけ

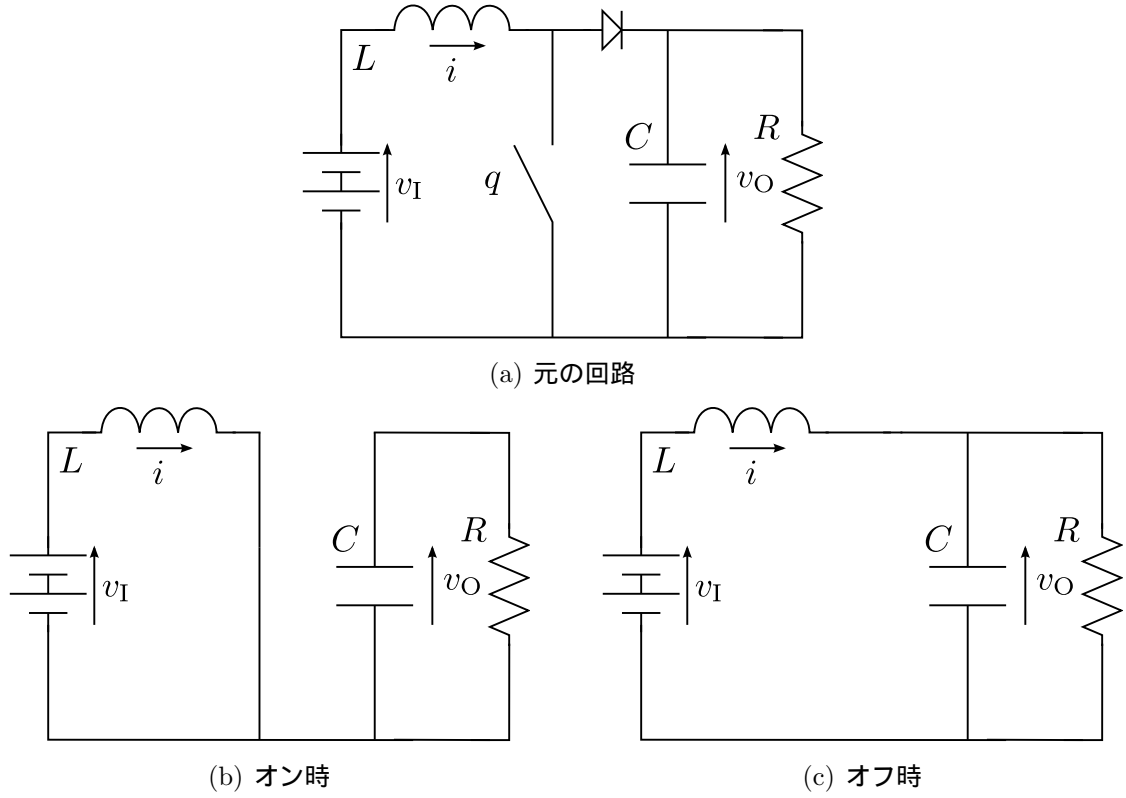


図 2.4: ブーストコンバータの原理図. (a) スイッチを含む元の回路 (b) スイッチがオン時の等価回路 (c) スイッチがオフ時の等価回路.

るオン時間の割合である. 次にデューティ比 u となるスイッチングを決定する方法を述べる. ここでは, 三角波比較方式 [48] を用いて, スイッチングを決定する. デューティ比 u の値を取る時間波形と周波数 $1/T$ の三角波 u_{tri} (最小 0, 最大 1) を図 2.5 に示すように比較する. 一定値と三角波との比較により, スイッチング関数 q [49] を定義する. $q = 1$ がオン時, $q = 0$ がオフ時に対応する. スイッチング関数 $q \in \{0, 1\}$ を用いて, 式 (2.1), (2.2) をまとめると以下の通りになる.

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = v_I - (1 - q)v_O \\ C \frac{dv_O}{dt} = (1 - q)i - \frac{v_O}{R} \end{cases} \quad (2.3)$$

次に定常状態の動作を導出する. ここでは, 動作原理の説明のため以下の仮定をおく.

- 状態は周期定常

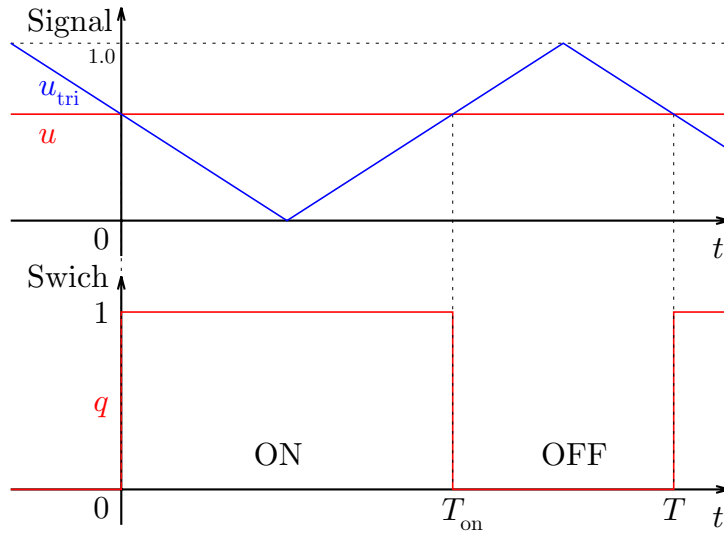


図 2.5: デューティ比 u とスイッチング関数 q の時間波形. デューティ比 u と三角波 u_{tri} の比較によってスイッチング関数 q が決定する.

- キャパシタ C が十分に大きく, 出力電圧 v_O が一定
- インダクタ電流 i は連続
- スイッチを含む全ての素子は理想素子

初期時刻 $t = 0$ において, スイッチがターンオンした場合を考える. このとき, 電流の初期条件を $i(0) = i_0 > 0$ とする. 式 (2.1) からインダクタ電流が以下のように求まる.

$$i(t) = i_0 + \frac{v_I}{L}t \quad (0 \leq t \leq T_{on}) \quad (2.4)$$

これより, スイッチが切り替わる時刻 $t = T_{on}$ の電流は以下の通りになる.

$$i(T_{on}) = i_0 + \frac{v_I}{L}T_{on} \quad (2.5)$$

次にオフ時の動作について考える. 式 (2.2) の回路方程式と式 (2.5) の電流の境界条件から, オフ時の電流は以下の通りになる.

$$i(t) = i_0 + \frac{v_I}{L}T_{on} - \frac{v_O - v_I}{L}(t - T_{on}) \quad (T_{on} \leq t \leq T_{on} + T_{off}) \quad (2.6)$$

これより, 再びスイッチが切り替わる $t = T$ の電流は以下の通りになる.

$$i(T) = i_0 + \frac{v_I}{L}T_{on} - \frac{v_O - v_I}{L}T_{off} \quad (2.7)$$

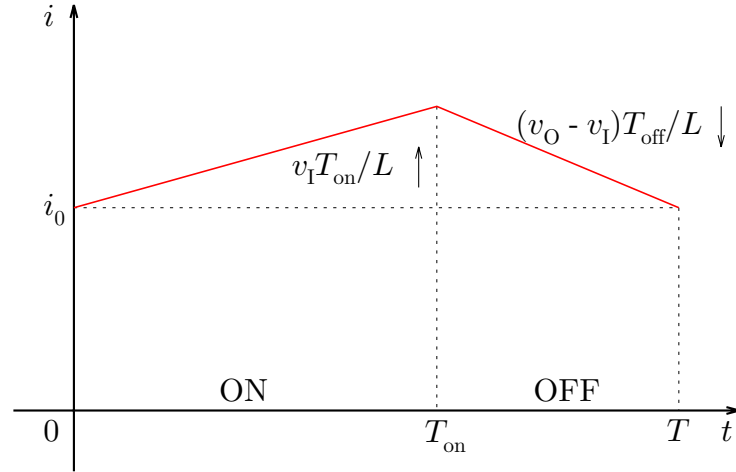


図 2.6: インダクタ電流の時間波形. オン時に電流が増加し, オフ時に減少する. 周期的であるので, 電流の増加量と減少量は等しい.

周期定常状態を仮定しているので, 図 2.6 のように電流 $i(T)$ が初期条件の値 i_0 と一致する. つまり, 電流の増減が等しいので, 以下の等式が成り立つ.

$$\frac{v_I}{L} T_{\text{on}} - \frac{v_O - v_I}{L} T_{\text{off}} = 0 \quad (2.8)$$

両辺を T で割り, デューティ比 $u = T_{\text{on}}/T$ を用いて上式を変形する.

$$\begin{aligned} \frac{v_I}{L} u - \frac{v_O - v_I}{L} (1 - u) &= 0 \\ v_O &= \frac{1}{1 - u} v_I \end{aligned} \quad (2.9)$$

ブーストコンバータの出力電圧は入力電圧の $1/(1 - u)$ 倍になることがわかる. ブーストコンバータは, デューティ比 u を調整することにより, 出力電圧を昇圧する電力変換器である.

(b) 電流連続条件

インダクタ電流 i の電流連続条件について考える. この条件は, ブーストコンバータが上述の昇圧動作を実現するための条件である. そして, この条件からインダクタの最小値が導かれる.

回路が理想素子から構成されているので損失がない. つまり, 入出力のエネルギーが

等しい。そのため、以下が成り立つ。

$$\begin{aligned}\int_0^T v_I i \, dt &= \int_0^T \frac{v_O^2}{R} \, dt \\ v_I \int_0^T i \, dt &= \frac{v_O^2}{R} T\end{aligned}\quad (2.10)$$

ここで、電流 i の時間変化は式 (2.4), (2.6) で表される。この結果から左辺は、 $v_I T \{i_0 + v_I u T / (2L)\}$ となる。また、入出力電圧比は式 (2.9) なので、右辺は $v_I^2 T / \{(1-u)^2 R\}$ となる。これより、上式は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned}v_I T \left\{ i_0 + \frac{v_I u T}{2L} \right\} &= \frac{v_I^2 T}{(1-u)^2 R} \\ i_0 &= \frac{v_I}{(1-u)^2 R} - \frac{v_I u T}{2L}\end{aligned}\quad (2.11)$$

また、図 2.6 から電流 i の最小値は i_0 である。これから、電流連続条件は $i_0 \geq 0$ である。

$$\begin{aligned}\frac{v_I}{(1-u)^2 R} - \frac{v_I u T}{2L} &\geq 0 \\ L &\geq \frac{u(1-u)^2 R T}{2}\end{aligned}\quad (2.12)$$

以上より、電流連続条件を満たすインダクタの最小値が得られる。

(c) 電圧リップル

次に出力電圧 v_O のリップルについて言及する。ここで、出力電圧はキャパシタ電圧である。そこで、キャパシタの充放電の量によって電圧変動を検討する。周期定常状態において、キャパシタはスイッチのオン時に放電し、オフ時に充電する。キャパシタ電圧の変動が周期的であることから、オン時に放電する電荷とオフ時に充電する電荷は等しい。そこで、負荷のみと接続するオン時について考える。さらに出力電圧は一定と仮定しているので、オン時にキャパシタが放電する電流は v_O / R となる。よって、オン時に放電する電荷は $\Delta Q = (v_O / R) \cdot uT$ である。キャパシタの容量が C なので、電圧変動は $\Delta v_O = \Delta Q / C = v_O u T / (CR)$ となる。これから電圧リップルは以下ようになる。

$$\frac{\Delta v_O}{v_O} = \frac{uT}{CR} \quad (2.13)$$

電圧リップルが充分小さいとみなせるキャパシタの容量を決定する必要がある。

(d) 対象とする回路方程式および動作確認

実際の回路における方程式を示す。そして、この回路においてデューティ比 u に対するブーストコンバータの昇圧特性を確認する。ブーストコンバータのスイッチ素子を駆動するゲートドライブ回路は、付録 A に詳述する。

図 2.7 に対象とするブーストコンバータの回路図とその写真を示す。図 2.7(a) の分散型電源は直流電圧源 E_s で模擬する。ここで、直流電圧源の保護のために順方向にダイオードを挿入する。さらに、直流電圧源に並列にアルミ電解キャパシタ (10 mF, 耐圧 100 V, ニチコン社製) とフィルムコンデンサ (2200 pF, 耐圧 400 V) を接続する。それぞれ、電圧平滑用および高周波ノイズ抑制用である。回路図では理想電圧源と並列に接続するので、回路方程式中には省略する。また、(a) 原理ではダイオードを理想的にオンオフで切り替わるものとしていた。今後はダイオード間の電圧降下も考慮する。そのため、ダイオード間の電圧をそれぞれ、 v_{D1} , v_{D2} と表す。これらは、ダイオードの静特性^(c) $i = I_0(\exp(v/nv_T) - 1)$ の逆関数を用いて、電流の関数 $v(i(t))$ として与える。後段のインバータへの入力電流が $q_2 i_{tr1}$ となることは後述する。また、それぞれの状態変数は図 2.7(a) に従う。さらに、スイッチ素子の保護回路として RC スナバ回路を用いる。 RC スナバ回路については、付録 B に詳述する。回路方程式では、理想スイッチを仮定するので、この保護回路の動作は考慮しない。これらのことから、図 2.7(a) の回路方程式は、以下のとおりである。

$$L \frac{di_L}{dt} = E_s - v_{D1} - (1 - q_1)(v_C + v_{D2}) - R_s i_L \quad (2.14)$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = (1 - q_1)i_L - q_2 i_{tr1} \quad (2.15)$$

図 2.7 の実験回路に使用した素子および装置は次の通りである；直流安定化電源 2 台 (PA36-3B, TEXIO 社製), スwitch素子 : SPW47N60C3 (Cool MOSFET, infineon 社製, 耐圧 650 V, 電流容量 47 A), ダイオード 2 個 : GSF10A20(FRD, 平均整流電流 10 A), チョークコイル : SC-203 25 mH (管野電機社製), アルミ電解コンデンサ^(d) : 10 mF, 負荷抵抗 : 無誘導性抵抗, 334 Ω (1 k Ω を 3 つ並列に接続)。また、ブーストコンバータ単体

^(c) 数 kHz の動作については、ダイオードの v_i 特性が静特性と一致することを確認している。ここではその結果に関しては割愛する。

^(d) このキャパシタについては (ii) 蓄電装置において後述する。

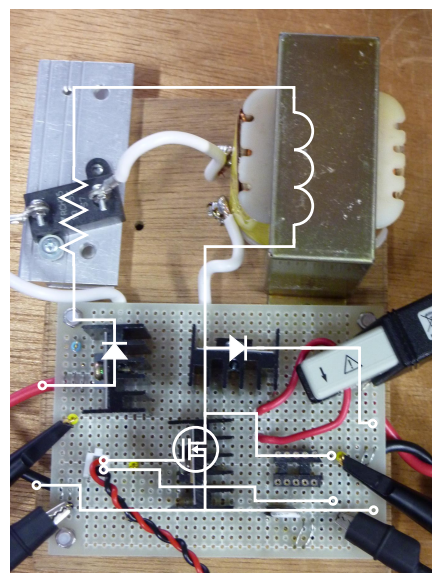
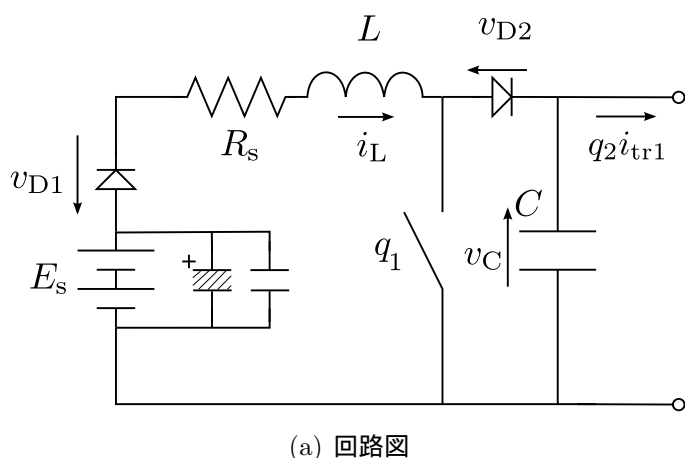


図 2.7: 実験回路に用いるブーストコンバータ

の動作確認のため、出力側に負荷抵抗を接続する。そのため、式 (2.15) の $q_2 i_{tr1}$ は v_C/R となる。入出力電圧の測定はデジタル・マルチメータ 34401A(Agilent 社製) を用いる。

この実験回路において、デューティ比 u に対する昇圧特性の結果を図 2.8 に示す。このとき入力電圧 50 V (直流安定化電源から 25 V ずつ出力)、スイッチング周波数 $f_1=6$ kHz とする^(e)。図 2.8 から、式 (2.14), (2.15) によって導かれた昇圧特性に沿った結果であることが確認できる。この結果から、 $u = 0.66$ で出力電圧が 141 V になる。

最後に、インダクタとキャパシタの値が適切であることを確認する。上記の設定条件と式 (2.12) から、電流連続条件を満たすインダクタの最小値を計算すると、2.1 mH となる。使用したチョークコイルが 25 mH なので、十分にこの条件を満たす。また、式 (2.13) から電圧リップルは、0.0033 % と計算でき、十分に小さいものである。以上より、使用したインダクタとキャパシタの値は適切である。

^(e) この周波数は可聴域に含まれるので、コイルなどの機械的振動による騒音が発生する。そのため、以後の全システムの実験時には可聴域を超過した 18 kHz を採用する。

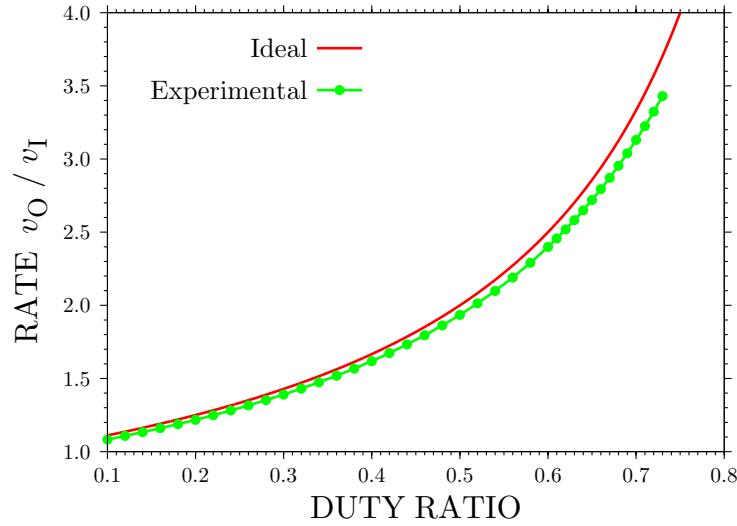
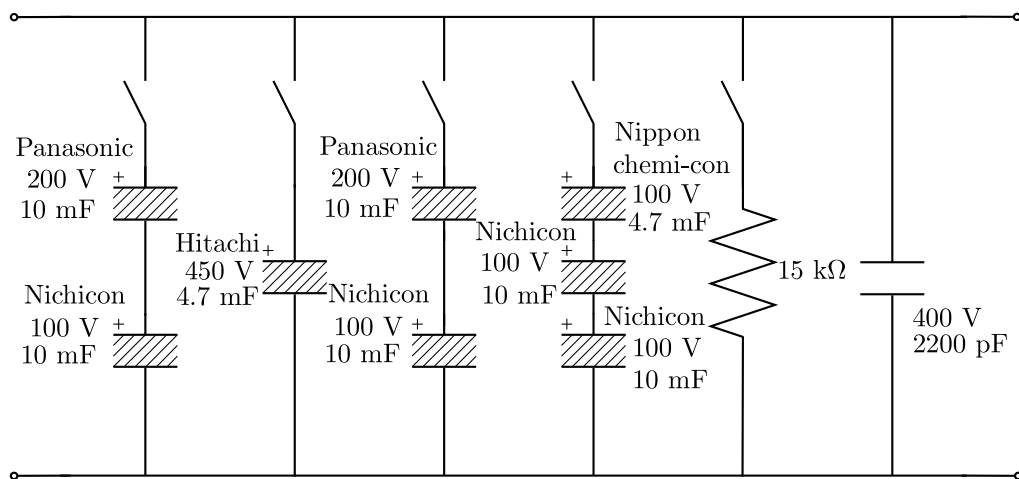


図 2.8: デューティ比 u と入出力電圧比の関係. 赤色の実線が理論的に導出したデューティ比 u に対する入出力電圧比の値, 緑色の点が実験結果.

(ii) 蓄電装置

ブーストコンバータの後段に接続する蓄電装置について説明する. 特に実験で使用する構成とその設計指針を述べる. 太陽光発電などの分散型電源には, その出力を平準化する目的で蓄電装置が併設される. 一般的な蓄電装置は, 双方向 DC/DC コンバータにより分散型電源からの余剰電力を充電し, 不足電力を放電する. 本論文では, 簡易的に蓄電装置をキャパシタで模擬する. 双方向 DC/DC コンバータを用いる議論は, 2.3 節で述べる受動性の性質により適用可能であると考えられる.

キャパシタの構成として, 図 2.9 に回路図と写真を示す. キャパシタはアルミ電解コンデンサを使用する. 図のように, 機械スイッチを用いて, 全容量を 2.4 mF から 17.1 mF まで設定できるように作成する. これは, 第 3 章において, キャパシタの容量による動作について検討するためである. また, これらのキャパシタと並列にフィルムコンデンサ 2200 pF (耐圧 400 V) と酸化金属皮膜抵抗 15 k Ω (3 W) を接続する. フィルムコンデンサは, 回路の高調波成分を抑制する働きがある. この効果は主動作に表れないと考えるので, 第 3 章以降の数値計算のパラメータには使用しない. また, 酸化金属皮膜抵抗は



(a) 回路図. 電圧値は耐圧を意味する.



(b) 写真

図 2.9: 実験回路に用いる蓄電装置

ブリーダ抵抗^(f)として使用するとともに、実験後のキャパシタ電荷の放電用に使用する。実験において、実験開始から定常状態に収束した後、酸化金属皮膜抵抗の機械スイッチをオフにする。そのため、主動作には影響を与えない。

次にキャパシタの耐圧について述べる。パワー回路において、キャパシタの耐圧は、重要な選定基準である。スイッチング時のサージによる高電圧が印加することを見越して、キャパシタの最大定格電圧は一般的に定格電圧の2から3倍程度に設定される。本論文で扱う実験は、AC100 V(振幅 141 V)の配電系統である。このことから、耐圧 300 V以上のキャパシタの構成を考える。図 2.9(a)の回路図に示すとおり、全ての列において耐圧 300 V以上に設定する。

(iii) インバータ

分散型電源を系統連系するためのインバータについて述べる。まず、本論文で扱うインバータの動作原理について説明する。特に本インバータは、PWM [50]によるスイッチング方式を行う。そのため、出力電圧の高調波を考慮する必要がある。そこで、理論的に高調波を評価する二重 Fourier 級数 [51]について説明する。次に実際に作成した回路について説明し、最後にその回路の動作を確認する。

(a) スイッチ動作

インバータのスイッチ動作について説明する。図 2.10(a)のインバータ単体の回路を考える^(g)。そして図 2.10(b)は、スイッチの左上と右下がオン、右上と左下がオフの状態である。このときインバータは、出力側の負荷に $+E$ を印加する。同様に図 2.10(c)は、スイッチの左上と右下がオフ、右上と左下がオンの状態である。出力側の負荷に $-E$ を印加する。この回路動作をスイッチング関数 $q_2 \in \{-1, 1\}$ を用いて表現すると、インバータは出力側の負荷に $q_2 E$ を印加すると表現できる。

次にエネルギー保存性を説明する。入力電圧源からの電流を I とすると、負荷には電流 $q_2 I$ が流れる。このとき、入力電力は EI 、出力電力は $q_2^2 EI$ である。スイッチング関数 q_2 は ± 1 の値を取るので、 $q_2^2 = 1$ となる。よって、入力電力と出力電力が等しい。エ

^(f) 無負荷時に出力電圧が上がりすぎないように、常時電流を流すための抵抗器。さらに接触による感電防止の効果がある。

^(g) インバータの回路構成は図 2.10(a)以外にも数多く存在するが、本論文で対象とする回路のみをここでは説明する。

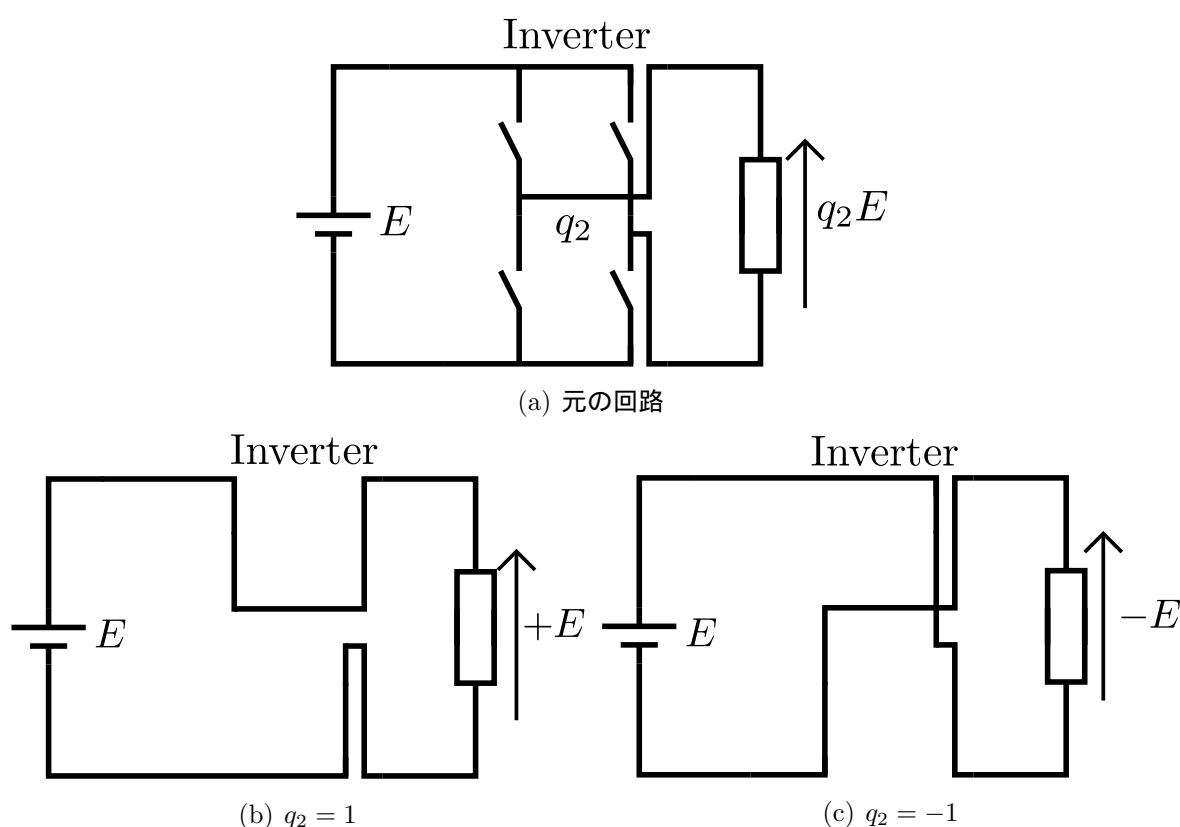


図 2.10: インバータ回路の動作. (a) インバータのスイッチを含む等価回路 (b) スwitchの左上と右下がオン, 右上と左下がオフ (c) スwitchの左上と右下がオフ, 右上と左下がオンの状態.

エネルギーは電力の時間積分なので, エネルギーが保存することが確認できる.

(b) PWM 方式

インバータの出力手法として代表的なものに, パルス幅を変調する方式がある. インバータはスイッチングにより動作するので, 出力するパルス波形は振幅が一定である. そのため, パルス幅を変調することによって出力を所望の波形に変換する. この方式のことを PWM 方式と呼ばれている.

PWM 方式として, もっとも広く使用されている三角波-正弦波比較方式を説明する. 高周波の三角波をキャリア信号 V_{tri} とし, 正弦波を変調信号 V_{ref} とする. この方式は, 図 2.11 のように, その両者の信号を比較することによりパルスを決定する方式である. この方式により生成される出力波形は, キャリア信号 V_{tri} と変調信号 V_{ref} のそれぞれの

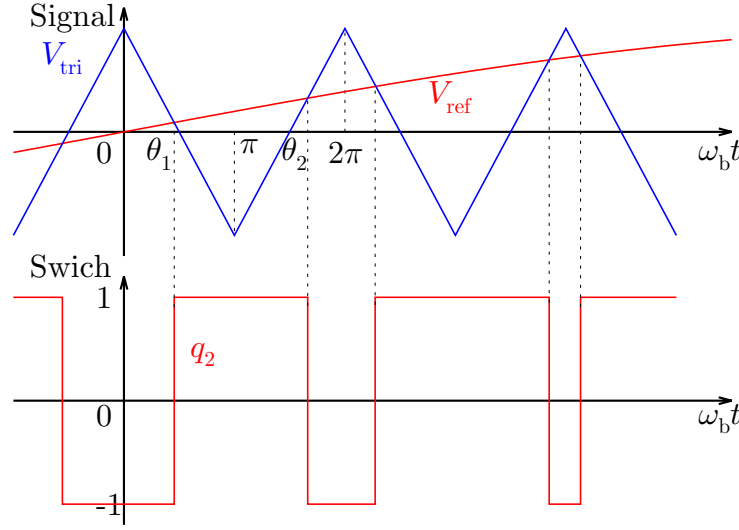


図 2.11: 変調信号 V_{ref} とスイッチング関数 q_2 の時間波形. 変調信号 V_{ref} とキャリア波 V_{tri} の比較によりスイッチング関数 q_2 が決定する.

周波数成分を持つ.

(c) 二重 Fourier 級数を用いた高調波解析 [52]

インバータの出力波形の波形解析に用いる二重 Fourier 級数について説明する. 変調信号の正弦波を $V_{\text{ref}} = V_s \sin \omega_s t$ とする. 一方, キャリア信号 V_{tri} は振幅 V_b , 角周波数 ω_b の三角波とする. このような PWM 方式のインバータのように, 出力周波数が変調信号周波数とキャリア信号周波数のような異なった周波数の合成となるような場合には, 普通の Fourier 級数では表せない. なぜならば, 周波数比 ω_b/ω_s が一般には整数比とは限らないからである. そこで, このような PWM 方式のインバータの出力波形の解析には, 二重 Fourier 級数による解法が応用される. $x = \omega_b t$, $y = \omega_s t$ とすると二重 Fourier 級数は以下ようになる.

$$\begin{aligned}
 f(x, y) = & \frac{a_{00}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{0n} \cos ny + b_{0n} \sin ny) + \sum_{m=1}^{\infty} (a_{m0} \cos mx + b_{m0} \sin mx) \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} \left\{ a_{mn} \cos(mx + ny) + b_{mn} \sin(mx + ny) \right\} \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

ここで, 係数 a_{mn} , b_{mn} は以下のように表す.

$$\begin{cases} a_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x, y) \cos(mx + ny) dx dy \\ b_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x, y) \sin(mx + ny) dx dy \end{cases} \quad (2.17)$$

一般には, 複素 Fourier 級数の形で表される.

$$f(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j(mx+ny)} \quad (2.18)$$

ここで, 係数 K_{mn} は以下のように表す.

$$K_{mn} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x, y) e^{-j(mx+ny)} dx dy \quad (2.19)$$

係数 a_{mn} , b_{mn} と K_{mn} の関係は以下の通りである.

$$K_{mn} = \frac{a_{mn} - jb_{mn}}{2} \quad (2.20)$$

インバータの出力電圧 V_{out} は, 二重 Fourier 級数^(h) から変調周波数成分とスイッチング周波数成分が支配的になる. 入力電圧の直流の値を V_{in} とすると, 以下のように出力電圧 V_{out} が近似的に表現できる.

$$V_{\text{out}} = MV_{\text{in}} \sin \omega_s t - \frac{4V_{\text{in}} J_0\left(\frac{M\pi}{2}\right)}{\pi} \cos \omega_b t \quad (2.21)$$

ここで, M は変調度と呼ばれ, キャリア信号の振幅と変調信号の振幅比 $M := V_s/V_b$ で定義する. また, $J_0(\cdot)$ は第一種 Bessel 関数である [52].

変調周波数成分とスイッチング周波数成分の振幅比を考える. 変調度 $M = 1$ とすると, 変調周波数成分の振幅は V_{in} , スwitchング周波数成分の振幅は $0.60 V_{\text{in}}$ となる. このようにスイッチング周波数成分は, 変調周波数成分に対して無視できないくらい大きな値を持つ. そのため, この出力電圧 V_{out} のスイッチング周波数成分を後述の (iii) フィルタで除去する.

(d) 回路構成

本論文で使用するインバータの回路構成について説明する. 特に回路に用いるスイッチ素子とその周辺の保護回路について説明する.

^(h)二重 Fourier 級数の係数に関する詳細は, 付録 C に述べる.

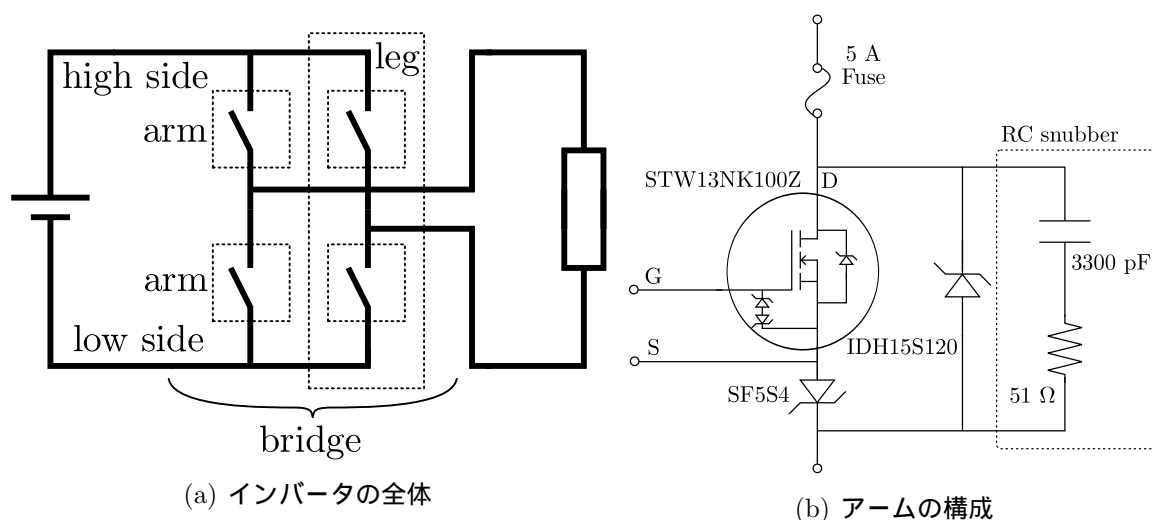


図 2.12: インバータの構成

インバータの構成を図 2.12 に示す. ここで, 図 2.12(a) において各スイッチ素子をインバータのアーム (arm) と呼び, 上下 1 組のアームをレグ (leg) と呼ぶ. このレグの上部をハイサイド, 下部をローサイドと呼ぶ. そして, レグを複数合わせたものをブリッジ (bridge) と呼ぶ. 本論文では, レグが 2 組の単相フルブリッジ⁽ⁱ⁾を対象とする.

次にインバータのアームの構成について説明する. アームの構成を図 2.12(b) に示す. 本論文で使用するインバータのスイッチ素子は, STW13NK100Z(MOSFET, STMicroelectronics 社製, 耐圧 1000 V, 電流容量 13 A) を用いる. そして, スwitch素子と並列に R , C を接続して, スナバ回路とする. R , C の選定は, 付録 B を参考にする. また, スイッチ素子に過電流が流れないように, 5 A のヒューズを直列に接続する.

次に並列および直列に接続しているダイオードについて説明する. スイッチ素子により出力電圧の極性が切り替わった直後から, 負荷の力率で決まる一定の期間において, 電流はスイッチ素子が切り替わる前と同じ方向に流れ続ける. この現象が転流である [53]. 転流による逆電流は, スイッチ素子のボディダイオードを通して, 入力側に帰還する. さらに, 転流中にスイッチ動作が起こると, ボディダイオードのリカバリー期間 (逆回復期間) に上下短絡が生じてしまう危険がある. 使用する STW13NK100Z(MOSFET) のデータシートによると, ボディダイオードのリカバリー期間は 820 ns である. この時間

⁽ⁱ⁾ 回路の形状から H ブリッジとも呼ばれる.

は、スイッチの切り替えと比較すると長いと考えられる。そのため、リカバリー期間による影響を小さくする必要がある。その方法として、FRD や SBD のようなリカバリー期間の短いダイオードをスイッチ素子に並列に接続するという方法がある [54]。

そこで、外付けのダイオードとして、IDH15S120(infineon 社製, SiC SBD^(j), 耐圧 1200 V, 平均整流電流 15 A) を用いる。MOSFET に外付けのダイオードを接続すると、MOSFET のボディダイオードと外付けのダイオードとに電流が流れる。そのため、リカバリー期間を短くすることはできるが、外付けのダイオードのリカバリー期間ほど短くはできない。さらに MOSFET のボディダイオードが外付けのダイオードよりも立ち上がり電圧が低い場合には、電流が MOSFET のボディダイオードに流れ、外付けのダイオードに流れないことがある。STW13NK100Z(MOSFET) のボディダイオードの静特性を調べた結果が図 2.13 である。この結果より、ボディダイオードの立ち上がり電圧は、0.6 V である。一方、外付けのダイオード IDH15S120 は、データシートによると立ち上がり電圧は 1.65 V である^(k)。立ち上がり電圧を比較するとボディダイオードの方が低いことがわかる。そこで、図 2.12(b) のようにスイッチ素子と直列にダイオードを接続する [54]。このダイオードの立ち上がり電圧が大きいと損失が増えるので、立ち上がり電圧が小さいダイオードを選定する。本インバータでは、SF5S4(新電元工業社製, Si SBD, 立ち上がり電圧 0.3 V, 耐圧 40 V, 平均整流電流 5 A) を用いる。一般的に SBD は耐圧が小さい。しかし、この回路では外側にダイオードを接続しているため、外付けのダイオードの立ち上がり電圧分しか加わらない。そのため、耐圧を越えて壊れてしまうことがない。

図 2.12(b) のアームを図 2.12(a) の全てのアームに配置する。ゲートドライブ回路については、付録 A に詳述する。実験で使用するインバータの写真を図 2.14 に示す。

^(j)一般的に Si の SBD は耐圧が低いという欠点がある。SiC の SBD を用いることによって、十分に耐圧を高くできる。

^(k)SiC のダイオードなので、立ち上がり電圧が Si のダイオードより高い。

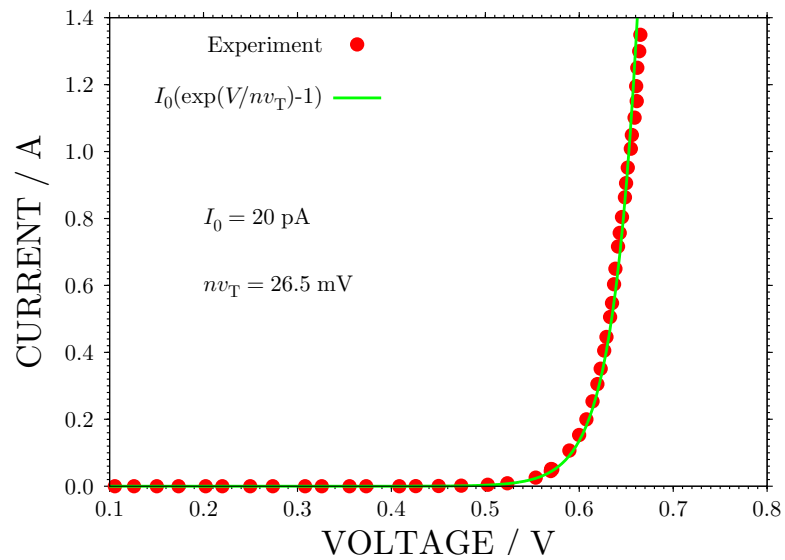


図 2.13: STW13NK100Z(MOSFET) のボディダイオードの静特性. 赤色は実験結果. 緑色の実線は実験に沿った理論曲線.

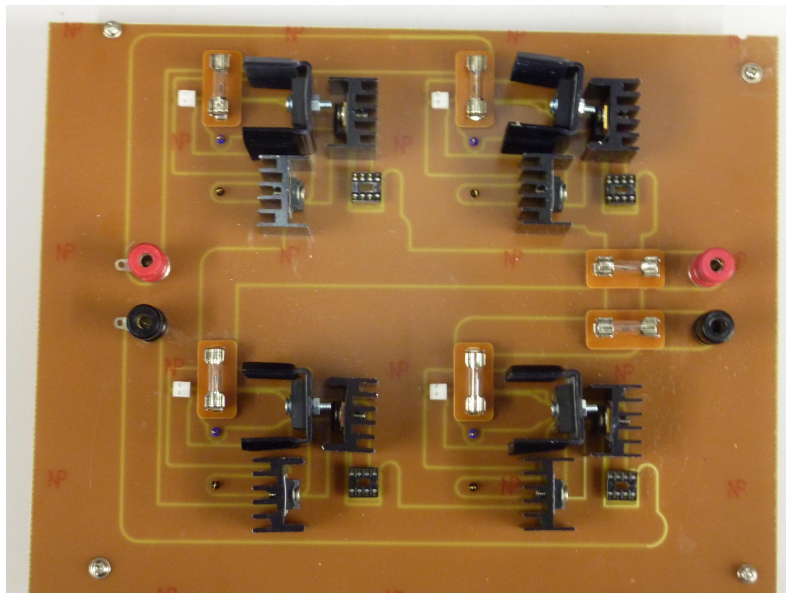


図 2.14: 実験回路に用いるインバータの写真. 左側が入力端子, 右側が出力端子. アームの配置は図 2.12(a) と一致.

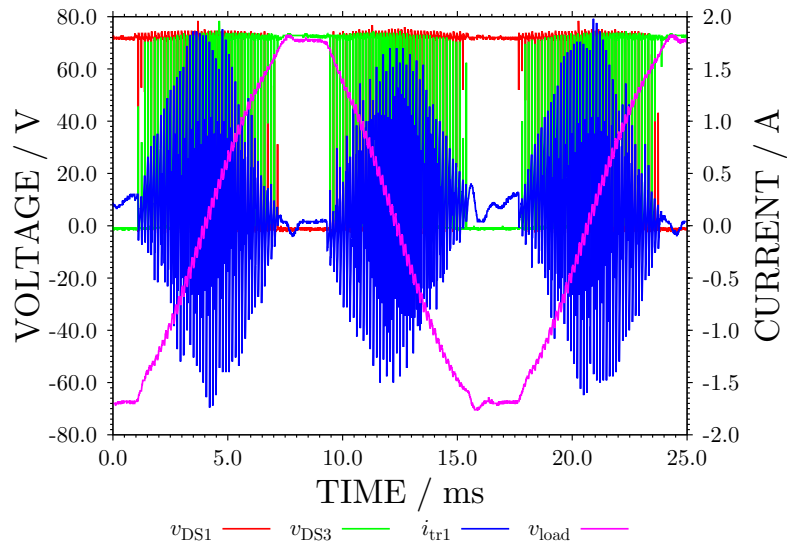


図 2.15: インバータの動作確認結果. 赤色と緑色はスイッチ素子の両端の電圧 v_{DS1} , v_{DS3} , 青色はインバータの入力電流, 桃色は出力抵抗の電圧.

(e) 動作確認

最後に, 製作したインバータの動作確認を行う. まず実験条件を説明する. インバータ単体の動作を確認するため, 入力には直流安定化電源 2 台 (PA36-3B, TEXIO 社製) を直接接続する. 入力電圧は, それぞれ 36 V ずつに設定し, 計 72 V とする. 出力側には, 後述するフィルタと出力抵抗 15 k Ω を接続する. PWM 方式に使用するキャリア波の周波数 f_2 は 6 kHz の三角波を用いる. そして, 出力する正弦波の周波数は 60 Hz とする. 60 Hz の出力を確認するため, インバータと負荷の間にフィルタを挿入する. また, 計測は絶縁オシロスコープ (TPS2024, Tektronix 社製) を使用する.

図 2.15 に動作確認の結果を示す. 赤色と緑色は, スイッチ素子の両端の電圧を表す. この結果は, 同じレグのハイサイド v_{DS1} とローサイド v_{DS3} である. 青色は, インバータの出力電流を表している. 桃色は出力電圧を表している. この結果から, インバータから 60 Hz の正弦波が出力することが確認できる.

(iii) フィルタ

インバータの後段に接続する絶縁トランスと LPF [44] を説明する. 実システムと同様にインバータの後段に絶縁トランスを接続する. このトランスが直流成分を除去する役割を担う. さらに, このトランスと並列にキャパシタを挿入することによって, LPF を形成する. LPF により, 上述のインバータのスイッチング周波数成分を除去する.

まず, 絶縁トランスのパラメータ測定について説明する. 本論文では, 図 2.16(a) に示す絶縁トランス (山中電気, 一次側 100 V 二次側 100 V, 200VA) を使用する. そして, このトランスを図 2.16(b) のような T 型の等価回路で表現する. この等価回路の各パラメータの測定を以下の手順で行う.

- 手順 1 二次側開放で一次側インピーダンスを測定 $R_1 + j\omega L_1$
- 手順 2 一次開放で二次側インピーダンスを測定 $R_2 + j\omega L_2$
- 手順 3 二次側短絡で一次側インピーダンスを測定 $R_3 + j\omega L_3$

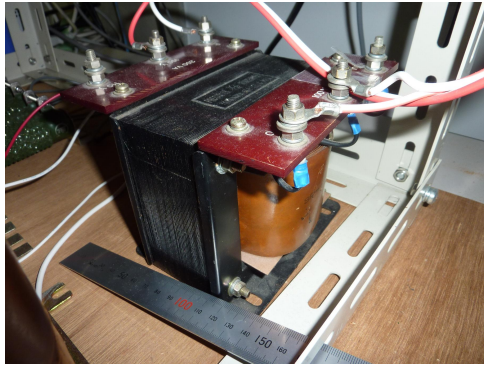
このとき, インピーダンスはインピーダンスアナライザ (4294A, Agilent 社製) を用いて測定する. インバータの出力の主成分は 60 Hz であるので, 周波数を掃引させたときの 60 Hz の結果を用いる. 上述の 3 つのインピーダンスから, 等価回路の各パラメータが次のように求まる; $R_{tr1} = (R_1 - R_2 + R_3)/2$, $L_{tr1} = (L_1 - L_2 + L_3)/2$, $R_{tr2} = (-R_1 + R_2 + R_3)/2$, $L_{tr2} = (-L_1 + L_2 + L_3)/2$. そして, 以上の測定から等価回路の各パラメータは以下のとおりである; $R_{tr1} = R_{tr2} = 1.66 \Omega$, $L_{tr1} = L_{tr2} = 0.88 \text{ mH}$, $G_{tr} = 460 \mu\text{S}$, $M_{tr} = 660 \text{ mH}$.

図 2.16(b) のインダクタに対する微分方程式を以下にまとめる.

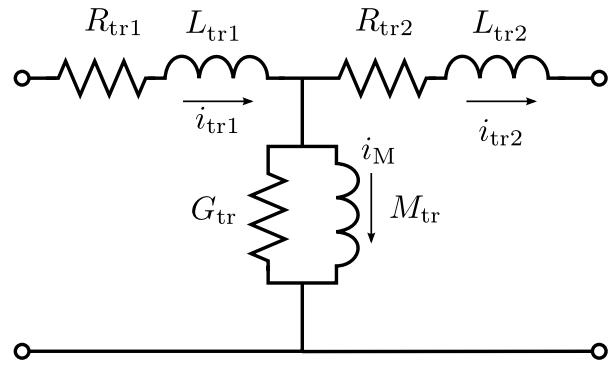
$$\begin{cases} L_{tr1} \frac{di_{tr1}}{dt} = q_2 v_C - \frac{i_{tr1} - i_{tr2} - i_M}{G_{tr}} - R_{tr1} i_{tr1} \\ M_{tr} \frac{di_M}{dt} = \frac{i_{tr1} - i_{tr2} - i_M}{G_{tr}} \\ L_{tr2} \frac{di_{tr2}}{dt} = \frac{i_{tr1} - i_{tr2} - i_M}{G_{tr}} - v_{inv} - R_{tr2} i_{tr2} \end{cases} \quad (2.22)$$

ここで, トランスの入出力電圧は, $q_2 v_C$, v_{inv} とする.

次に LPF について説明する. 前述したとおり, インバータの出力電圧の主成分は, 目標出力の周波数 (60 Hz) およびスイッチング周波数 f_2 の 2 つである. 高調波の発生は, 電



(a) 写真



(b) 等価回路図

図 2.16: 実験回路に用いる絶縁トランス

気機器などの誤作動や焼損に繋がるため、抑制しなければならない。実際、高低圧配電系統の電圧における総合歪率は5%と制定されている。そのため、インバータが出力するスイッチング周波数成分を除去する必要がある。そこで、先述のトランスに並列にキャパシタを挿入することによって、LPFを形成する。インバータのスイッチング周波数 f_2 は 6 kHz なので、カットオフ周波数をその周波数よりも小さくなるように設計する。本論文では、 $10 \mu\text{F}$ のキャパシタを用いる。トランスの直列インダクタは、 $L_{\text{tr1}} + L_{\text{tr2}} = 1.76 \text{ mH}$ である。カットオフ周波数 $f_c = \omega_c/2\pi = 1/(2\pi\sqrt{(L_{\text{tr1}} + L_{\text{tr2}})C_{\text{LPF}}}) = 1.2 \text{ kHz}$ となる。

最後に、LPF 用に使用するキャパシタの微分方程式を示す。

$$C_{\text{LPF}} \frac{dv_{\text{inv}}}{dt} = i_{\text{tr2}} - i_{\text{inv}} \quad (2.23)$$

ここで、トランスから流れる電流を i_{tr2} 、配電系統へ流れる電流を i_{inv} とする。

(iv) 配電系統

インバータの出力は、限流リアクトル L_{link} を介して負荷と接続する。この限流リアクトルは、負荷側の電流急変に対する電源保護の機能を有す。そして、この限流リアクトルの微分方程式は以下の通りである。

$$L_{\text{link}} \frac{di_{\text{inv}}}{dt} = v_{\text{inv}} - R_{\text{load}}(i_{\text{ac}} + i_{\text{inv}}) - R_{\text{link}}i_{\text{inv}} \quad (2.24)$$

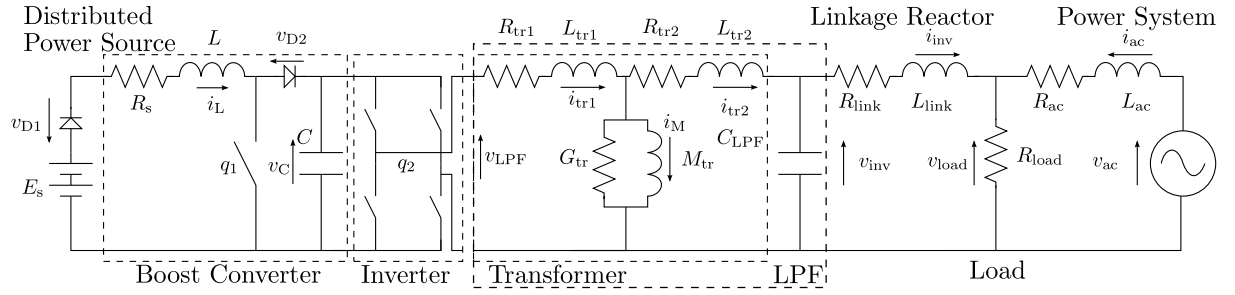


図 2.17: 分散型電源が配電系統に連系するシステムの構成

ここで, R_{link} は限流リアクトルの内部抵抗である.

また配電系統側の電源は, 理想的な交流電圧源 v_{ac} とし, 配電線は R_{ac} , L_{ac} で与える. ここで交流電圧源は, 精密電力増幅器 (4502, NF 社製, 250 VA) を使用する. 配電線におけるリアクトルの微分方程式は以下の通りである.

$$L_{ac} \frac{di_{ac}}{dt} = v_{ac} - R_{load}(i_{ac} + i_{inv}) - R_{ac}i_{ac} \quad (2.25)$$

ここで, 配電線 R_{ac} , L_{ac} は文献 [55] の設定条件を参考に定める. また, 配電線がないときは, $i_{ac} + i_{inv} = v_{ac}/R_{load}$ とする.

(v) 全システム

これまでに説明したシステムをまとめる. 図 2.17 にシステムの構成を示し, 実験システムの写真を図 2.18 に示す. 回路方程式を式 (2.26) にまとめる. 各パラメータを表 2.1 に示す. また, 単位化の基準となる値を表 2.2 に示す. この基準量は, 第 3 章以降における数値計算や解析のために用いる.

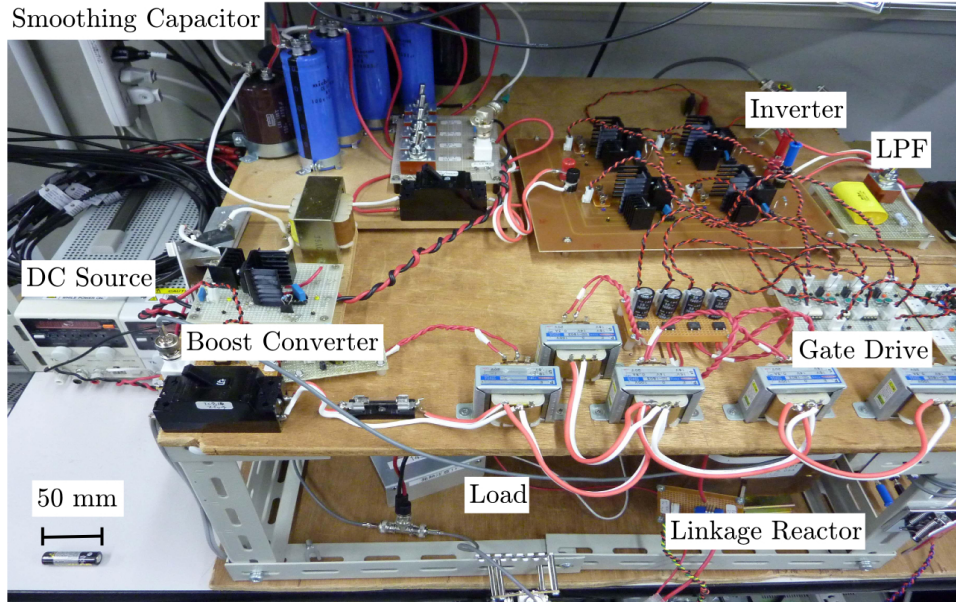


図 2.18: 実験システムの写真

$$\left\{ \begin{array}{lcl}
 L \frac{di_L}{dt} & = & E_s - v_{D1} - (1 - q_1)(v_C + v_{D2}) - R_s i_L \\
 C \frac{dv_C}{dt} & = & (1 - q_1)i_L - q_2 i_{tr1} \\
 L_{tr1} \frac{di_{tr1}}{dt} & = & q_2 v_C - \frac{i_{tr1} - i_{tr2} - i_M}{G_{tr}} - R_{tr1} i_{tr1} \\
 M_{tr} \frac{di_M}{dt} & = & \frac{i_{tr1} - i_{tr2} - i_M}{G_{tr}} \\
 L_{tr2} \frac{di_{tr2}}{dt} & = & \frac{i_{tr1} - i_{tr2} - i_M}{G_{tr}} - v_{inv} - R_{tr2} i_{tr2} \\
 C_{LPF} \frac{dv_{inv}}{dt} & = & i_{tr2} - i_{inv} \\
 L_{link} \frac{di_{inv}}{dt} & = & v_{inv} - R_{load}(i_{ac} + i_{inv}) - R_{link} i_{inv} \\
 L_{ac} \frac{di_{ac}}{dt} & = & v_{ac} - R_{load}(i_{ac} + i_{inv}) - R_{ac} i_{ac}
 \end{array} \right. \quad (2.26)$$

表 2.1: 図 2.17 のパラメータ設定. 但し, E_s , C , R_{load} は実験によって値を変更する. E_s は, 第 3 章では 51.2 V, 第 4 章以降では 55.2 V. C は, 3.2 節では, 2.4 mF から 17.1 mF, 3.2 節以降では 10 mF. R_{load} は, 第 3 章および第 4 章では 144.5 Ω , 第 5 章では, 53.3 Ω , 147.6 Ω , 286.9 Ω , 第 6 章では, 75 Ω から 278 Ω .

E_s	51.2 V または 55.2 V	R_s	2.5 Ω	L	25 mH	C	10 mF
$R_{\text{tr1}} = R_{\text{tr2}}$	1.66 Ω	G_{tr}	460 μS	M_{tr}	660 mH	C_{LPF}	10 μF
$L_{\text{tr1}} = L_{\text{tr2}}$	0.88 mH	R_{link}	72.8 m Ω	L_{link}	87 mH	R_{load}	144.5 Ω
R_{ac}	25.0 Ω	L_{ac}	87 mH	I_0	700 nA	nv_{T}	0.05 V
f_1	18 kHz	f_2	6 kHz	ω_0	377 rad/s		

表 2.2: 単位化の基準量

	AC 系統	DC 系統
電力 (P_{b})	70 VA	70 VA
電圧 (V_{b})	100 V	141 V
電流 (I_{b})	700 mA	495 mA
インピーダンス (Z_{b})	143 Ω	286 Ω
コンダクタンス (G_{b})	7.00 mS	3.50 mS
リアクタンス (L_{b})	379 mH	758 mH
コンダクタンス (C_{b})	18.6 μF	9.27 μF
時間 (t_{b})	1/ ω_0 s	2.65 ms
角周波数 (ω_{b})	ω_0 rad s $^{-1}$	377 rad s $^{-1}$

(vi) 目標値

ここでは、全システムに示した回路方程式における状態変数の目標値について述べる。さらに、各状態変数の目標値から、ブーストコンバータおよびインバータの PWM に用いる目標値 u_1, u_2 を導出する。以降では、上付き * の添字を目標値とする。まず、目標値を導出するために以下の仮定を設定する。

- ダイオードの端子間電圧 v_{D1}^*, v_{D2}^* は立ち上がり電圧の値で一定。
- スイッチは理想的。さらに、スイッチング関数 q_1^*, q_2^* を u_1^*, u_2^* とみなす。
- u_1^*, i_L^* は直流とする。
- エネルギー変換が理想的。
- 交流側はフェーザ表示が可能。

次に、ブーストコンバータの目標出力電圧 v_C^* 、インバータの目標出力電圧 v_{inv}^* および配電系統の目標電圧 v_{ac}^* を以下のように定める。

$$v_C^* = \sqrt{2}V_{inv} \quad (2.27)$$

$$v_{inv}^* = \sqrt{2}V_{inv} \cos(\omega_0 t + \delta_{inv}) \quad (2.28)$$

$$v_{ac}^* = \sqrt{2}V_{ac} \cos(\omega_0 t + \delta_{ac}) \quad (2.29)$$

交流側における目標値を算出するにあたり、以下のフェーザ表示を使用する。

$$v_{inv}^* = \text{Re}[\dot{V}_{inv} e^{j\omega_0 t}] \quad (2.30)$$

$$v_{ac}^* = \text{Re}[\dot{V}_{ac} e^{j\omega_0 t}] \quad (2.31)$$

フェーザ表示を用いることにより、連系点電圧 v_{ac}^* から LPF の入力電圧 v_{LPF}^* までの電流と電圧の目標値を順次に算出する。まず、インバータの出力電流 \dot{I}_{inv} と配電系統の出力電流 \dot{I}_{ac} および負荷電圧 \dot{V}_{load} を考える。

$$(R_{link} + j\omega_0 L_{link})\dot{I}_{inv} = \dot{V}_{inv} - \dot{V}_{load} \quad (2.32)$$

$$(R_{ac} + j\omega_0 L_{ac})\dot{I}_{ac} = \dot{V}_{ac} - \dot{V}_{load} \quad (2.33)$$

$$R_{load}(\dot{I}_{inv} + \dot{I}_{ac}) = \dot{V}_{load} \quad (2.34)$$

この関係から、負荷電圧 \dot{V}_{load} は以下ようになる。

$$\dot{V}_{\text{load}} = \frac{(R_{\text{link}} + j\omega_0 L_{\text{link}})^{-1} \dot{V}_{\text{inv}} + (R_{\text{ac}} + j\omega_0 L_{\text{ac}})^{-1} \dot{V}_{\text{ac}}}{R_{\text{load}}^{-1} + (R_{\text{link}} + j\omega_0 L_{\text{link}})^{-1} + (R_{\text{ac}} + j\omega_0 L_{\text{ac}})^{-1}} \quad (2.35)$$

さらに、式 (2.32), (2.33) により、インバータの出力電流 \dot{I}_{inv} と配電系統の出力電流 \dot{I}_{ac} は以下ようになる。

$$\dot{I}_{\text{inv}} = \frac{\dot{V}_{\text{inv}} - \dot{V}_{\text{load}}}{R_{\text{link}} + j\omega_0 L_{\text{link}}} \quad (2.36)$$

$$\dot{I}_{\text{ac}} = \frac{\dot{V}_{\text{ac}} - \dot{V}_{\text{load}}}{R_{\text{ac}} + j\omega_0 L_{\text{ac}}} \quad (2.37)$$

以降、電流と電圧の目標値を順次に算出する。

$$\dot{I}_{\text{tr2}} = \dot{I}_{\text{inv}} + j\omega_0 C_{\text{LPF}} \dot{V}_{\text{inv}} \quad (2.38)$$

$$\dot{V}_{\text{M}} = (R_{\text{tr2}} + j\omega_0 L_{\text{tr2}}) \dot{I}_{\text{tr2}} + \dot{V}_{\text{inv}} \quad (2.39)$$

$$\dot{I}_{\text{M}} = \frac{\dot{V}_{\text{M}}}{j\omega_0 M_{\text{tr}}} \quad (2.40)$$

$$\dot{I}_{\text{tr1}} = \dot{I}_{\text{tr2}} + \dot{I}_{\text{M}} + G_{\text{tr}} \dot{V}_{\text{M}} \quad (2.41)$$

$$\dot{V}_{\text{LPF}} = \dot{V}_{\text{M}} + (R_{\text{tr1}} + j\omega_0 L_{\text{tr1}}) \dot{I}_{\text{tr1}} \quad (2.42)$$

LPF の目標入力電圧 v_{LPF}^* からインバータの PWM 方式に用いる目標値 u_2^* が次式となる。

$$u_2^* = \frac{\text{Re}[\dot{V}_{\text{LPF}} e^{j\omega_0 t}]}{v_{\text{C}}^*} \quad (2.43)$$

最後にブーストコンバータにおける目標値を考える。ここで、算出する目標値は u_1^* および i_{L}^* である。それぞれ直流であるという仮定と式 (2.15) から、以下の式を得る。

$$i_{\text{L}}^* = \frac{\langle u_2^* i_{\text{tr1}}^* \rangle}{(1 - u_1^*)} \quad (2.44)$$

但し、ここで $\langle \rangle$ は時間平均を表している。この式を式 (2.14) に代入し、 u_1^* を導出する。

$$u_1^* = 1 - \frac{E_{\text{s}} - v_{\text{D1}}^* + \sqrt{(E_{\text{s}} - v_{\text{D1}}^*)^2 - 4R_{\text{s}} \langle u_2^* i_{\text{tr1}}^* \rangle (v_{\text{C}}^* + v_{\text{D2}}^*)}}{2(v_{\text{C}}^* + v_{\text{D2}}^*)} \quad (2.45)$$

ここで、フェーザ表示の \dot{V}_{inv} は、振幅 $\sqrt{2}V_{\text{inv}}$ 、位相 δ_{inv} の複素数である。式 (2.36) から式 (2.44) までの導出において、 \dot{V}_{inv} が含まれる。すなわち、 δ_{inv} を含む。このことから、交

流側の目標値には δ_{inv} が陽に含まれる。 u_2^*, i_{tr1}^* に δ_{inv} が陽に含まれているので、式 (2.44), (2.45) は、インバータの δ_{inv} を含む。インバータの入力電力はコンバータの出力電力に相当するので、位相による電力調節がインバータのみならず、ブーストコンバータに波及する可能性がある。そこで、ブーストコンバータの出力電力 $\langle u_2^* i_{\text{tr1}}^* \rangle v_C^*$ を定めることにより、ブーストコンバータとインバータを分離する。そのため、 $\langle u_2^* i_{\text{tr1}}^* \rangle v_C^* = 0.6 \cdot 70$ と設定する⁽¹⁾。また、ブーストコンバータのインダクタに流れる電流 i_L の目標値である式 (2.44) にこの値を適用する。

これらの目標値の設定は、直流側のインダクタ L とキャパシタ C が含まれていない形式になっている。そのため、2.1.2 項で述べた回路動作を実現するインダクタ L とキャパシタ C の範囲においては、ロバストに目標値が定まることを意味する。

2.2 系統連系のための位相同期方式

本節では系統連系のための位相同期方式について説明する。まず、系統連系についての現状と周辺研究について述べる。系統連系の背景を受けて、本論文では位相同期方式を用いる。位相同期方式を用いることによって、インバータが慣性を持った同期発電機のように振る舞う。この位相同期方式の数式モデルを導出し、同期発電機との対応について言及する。

2.2.1 系統連系

系統連系する既存のインバータは、外部から検出した系統電圧、位相、周波数などの情報を与えて系統連系を行っている [50]。一般的には、配電系統側の負荷やシステム構成によらず、インバータの力率を 1 に維持して [44]、最大有効電力をインバータから出力するように電圧波形を決定する。そのため、電力系統の状態変化に応じた電力授受を行わない。そのため、逆潮流による電圧上昇、電力系統の不安定化などの問題が懸念される。さらには、同期発電機のような慣性を持っていないので、外部からの擾乱に弱いということも指摘されている。

⁽¹⁾ ブーストコンバータの出力電力の pu 値が 0.6、表 2.2 から交流系統の基準電力が 70 W。

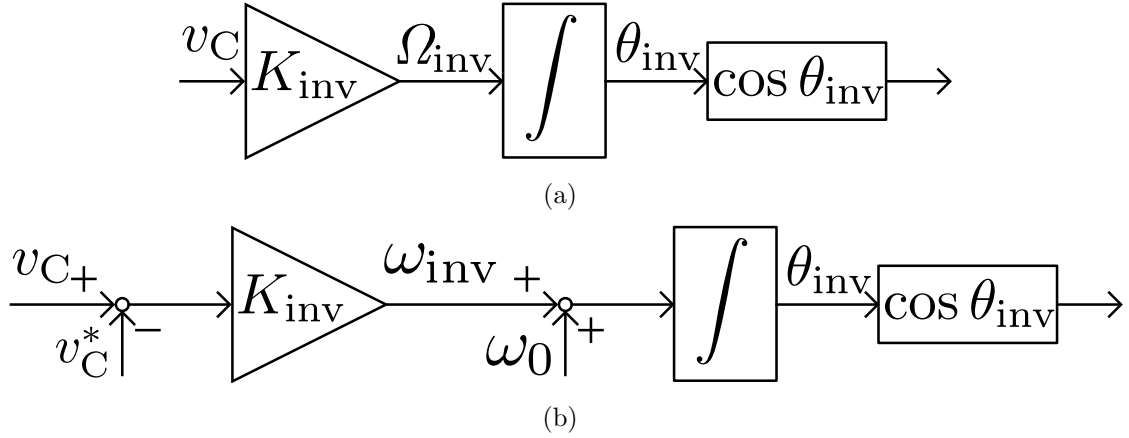


図 2.19: PWM の参照信号に用いる位相の生成

これらのことから、同期発電機の特性を持つインバータを開発することは、現状の電力系統に多数の分散型電源を連系するために有効である。そこで本論文では、同期発電機の特性を持つインバータを実現する位相同期方式 [34–36] を採用する。

2.2.2 数式モデル

本項では先行研究 [34–36] を参考にして、位相同期方式の数式モデルを導出する。この方式は、インバータの入力電圧のみを検出することによって実現できるものである。

インバータは、電圧制御発振器 (VCO: Voltage Controlled Oscillator) を用いる。すなわち、インバータは入力電圧である v_C に比例した角周波数 $\Omega_{\text{inv}} = K_{\text{inv}} v_C$ で、振幅が v_C の交流電圧波形を出力する。 Ω_{inv} の時間積分を θ_{inv} とすれば、この波形生成は図 2.19(a) のようになる。

インバータが系統連系するために、出力する交流電圧の周波数は配電系統の周波数と一致しなければならない。そこで、入力電圧 v_C が目標値 v_C^* になったときに、VCO が商用の配電系統の角周波数 $\omega_0 (= 377 \text{ rad/s})$ で発振するように $K_{\text{inv}} = \omega_0 / v_C^*$ に設定する。さらに、本論文において、目標値 v_C^* は、配電系統の基準電圧 $V_b = 141 \text{ V}$ とする。そのため、VCO の角周波数は以下のように書くことができる。

$$\Omega_{\text{inv}} = K_{\text{inv}} v_C = \frac{\omega_0}{V_b} v_C = \omega_0 + \frac{\omega_0}{V_b} (v_C - v_C^*) \quad (2.46)$$

ここで, $\omega_{\text{inv}} := \omega_0(v_C - v_C^*)/V_b$ と定義する. さらに, インバータの出力電圧の目標値は図 2.19(b) に示すようになる.

$$\cos\left(\int \Omega_{\text{inv}} dt\right) = \cos\theta_{\text{inv}} = \cos\left(\omega_0 t + \int \omega_{\text{inv}} dt\right) \quad (2.47)$$

インバータの位相を δ_{inv} とおくと, その支配方程式は次式となる.

$$\frac{d\delta_{\text{inv}}}{dt} = \omega_{\text{inv}} = \omega_0 \frac{v_C - v_C^*}{V_b} \quad (2.48)$$

この位相同期方式の動作について説明する. インバータは限流リアクトルを介して負荷に接続している. このリアクトル成分だけを考えると, インバータの出力電力は $p_{\text{out}} \sin(\delta_{\text{inv}} - \delta_{\text{load}})$ となる. ここで, p_{out} は電圧振幅, 限流リアクトル L_{link} によって定まる係数, δ_{load} は負荷における電圧位相を意味する. 位相が定常状態の値から増加 (減少) してしまった場合には, インバータと負荷の位相差が増加 (減少) するので, インバータの出力電力が増加 (減少) する. これは, 式 (2.26) における v_C の微分方程式の $q_2 i_{\text{tr1}}$ の項が増加 (減少) することに対応する. その結果, この微分方程式に従って v_C が減少 (増加) する. v_C の減少 (増加) に伴い, 上記の位相同期方式によって位相が減少 (増加) する動作を示す. この一連の動作によって, インバータの位相は, 出力側のシステム構成に合わせて自律的に値が決まり収束する. すなわち, 位相同期を行い系統連系を達成する. この式 (2.48) の位相同期方式を用いることによって, インバータは同期発電機のように振る舞う [36]. 以降では, 前項の式 (2.26) に式 (2.48) を加えた系を考察の対象とする.

2.2.3 同期発電機との対応

前項において, 位相同期方式を用いることによって, インバータが同期発電機のように振る舞うと述べた. そこで, 同期発電機の動作方程式である動揺方程式 [56–58] と合わせて比較する.

まず, 同期発電機の動揺方程式は以下のとおりである. これは, 同期発電機の機械的な挙動を表したものである.

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = \omega \\ M \frac{d\omega}{dt} = p_m - p_e \end{cases} \quad (2.49)$$

ここで、動揺方程式は発電機の相差角 δ とその時間微分である ω の微分方程式である。 M は発電機の慣性定数、 p_m は機械的入力、 p_e は電氣的出力をそれぞれ意味する。 慣性力を表す項 $M d\omega/dt$ があることで、機械的入力 p_m と電氣的出力 p_e がつり合うように相差角 δ を自律的に決定し、その値に収束する。

一方、位相同期方式の式 (2.48) に、キャパシタの微分方程式である式 (2.15) を合わせたものを考える。

$$\begin{cases} \frac{d\delta_{inv}}{dt} = \omega_{inv} \\ C \frac{dv_C}{dt} = (1 - q_1)i_L - q_2 i_{tr1} \end{cases} \quad (2.50)$$

この一組の微分方程式が、式 (2.49) の動揺方程式と対応する。キャパシタの微分方程式は、ブーストコンバータからキャパシタに入力する電流 $(1 - q_1)i_L$ とキャパシタからインバータに出力する $q_2 i_{tr1}$ によって構成されている。キャパシタによって、入出力の電流がつり合うように働く。このことにより、インバータの入力側にあるキャパシタの容量 C が同期発電機の慣性定数 M に対応する。

2.3 目標値追従のための受動性に基づく制御

受動性はシステムのエネルギーに着目して定義する概念である。受動性を満たすシステムには、次の重要な特長がある。まず、受動性を満たすシステムの状態軌道は有界となる [16, 31]。さらに受動性を満たす複数のシステムを結合したシステムもまた受動性を満たす場合がある [19]。

本節ではまず、受動性の定義を述べる。電気、機械などの物理システムに対応する一般の定義から電気回路網における対応について詳述する。2.1.2 項で紹介した電気回路が受動性を満足することを示し、それらが結合した回路も受動性を満足することを示す。なお、電気回路において入出力は、電圧と電流を想定する。次に受動性に基づく制御について説明する。設定するエネルギーが常に減少するように入力を調整することによって、そのエネルギーが最小になる状態に収束する。エネルギーとして、目標値との偏差系のエネルギーを考慮することにより、状態変数を目標値に追従させることについて述べる。そして、この制御手法を対象とする分散型電源系統連系システムに適用する。

2.3.1 受動性の定義

本項では文献 [31] に基づいて, 受動性を定義する. さらに, 多くの物理システムにおいて受動性が成立することを示す. そして, 研究対象である電気回路における入出力の関係を述べる.

状態変数 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, 入出力 $\mathbf{u}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ ($n, m \in \mathbb{N}$) に対して, 以下の一般の力学系を考える. この系のブロック線図を図 2.20 に示す.

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{cases} \quad (2.51)$$

ここで, $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\mathbf{h} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ は滑らかな関数とする. このシステムの供給エネルギーを以下のように定義する.

$$W(t_0, t) := \int_{t_0}^t \mathbf{y}^T \mathbf{u} \, d\tau \quad (2.52)$$

このとき, 供給エネルギー $W(t_0, t)$ と蓄積エネルギー $H(\mathbf{x}(t)) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0} := \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ において, 以下の不等式が成立しているとき, この力学系は受動性を満たしているという.

$$H(\mathbf{x}(t_0)) + W(t_0, t) \geq H(\mathbf{x}(t)), \quad \forall t \geq t_0, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathcal{L}_{2e}(t_0), \quad \forall \mathbf{x}(t_0) \in \mathbb{R}^n \quad (2.53)$$

ここで, $\mathcal{L}_{2e}(t_0)$ は以下で定義する実関数の集合である.

$$\mathcal{L}_{2e}(t_0) := \left\{ \mathbf{u} = [u_1, \dots, u_m]^T : \int_{t_0}^t \sqrt{u_1^2 + \dots + u_m^2} \, d\tau < \infty, \quad \forall t \geq t_0 \right\} \quad (2.54)$$

次に, 一般的な物理系が受動性を満たすことについて説明する. 多くの物理系を表す運動方程式は以下の式で表される.

$$A \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\mathbf{x} - \mathbf{R}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (2.55)$$

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は対角正定行列であり, $A d\mathbf{x}/dt$ は慣性力を表す. $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は構造行列と呼ばれ, 歪対称行列であり, $\mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\mathbf{x}$ は復元力を表す. $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は, 半正定対称行列であり, $\mathbf{R}(\mathbf{x})\mathbf{x}$ は散逸力を表す. $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ を含む項は外部からの入力を表す. 式 (2.55) の

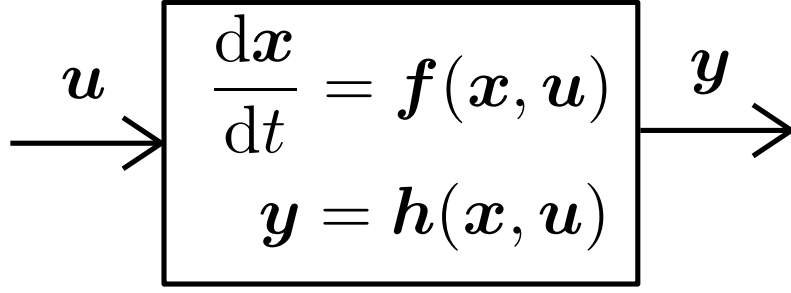


図 2.20: 式 (2.51) のブロック線図

持つエネルギーを $H(\boldsymbol{x}) = (1/2)\boldsymbol{x}^T A \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ とする. このとき, $\partial H(\boldsymbol{x})/\partial \boldsymbol{x} = A \boldsymbol{x}$ である. 式 (2.55) を以下のように変形する.

$$\begin{aligned}
 A \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} &= J\boldsymbol{x} - R\boldsymbol{x} + g\boldsymbol{u} \\
 \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} &= A^{-1}JA^{-1}A\boldsymbol{x} - A^{-1}RA^{-1}A\boldsymbol{x} + A^{-1}g\boldsymbol{u} \\
 \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} &= \tilde{J} \frac{\partial H(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} - \tilde{R} \frac{\partial H(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} + \tilde{g}\boldsymbol{u}
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

$\tilde{J} = A^{-1}JA^{-1}$ と $\tilde{R} = A^{-1}RA^{-1}$ が歪対称行列, 半正定対称行列であることを示す.

$$\begin{aligned}
 -\tilde{J}^T &= -(A^{-1})^T J^T (A^{-1})^T \\
 &= -A^{-1}(-J)A^{-1} \\
 &= A^{-1}JA^{-1} \\
 &= \tilde{J}
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{R}^T &= (A^{-1})^T R^T (A^{-1})^T \\
 &= A^{-1}RA^{-1} \\
 &= \tilde{R}
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

さらに, $\forall \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}^n$ に対して, 以下が成り立つ.

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{a}^T \tilde{R} \boldsymbol{a} &= \boldsymbol{a}^T A^{-1} R A^{-1} \boldsymbol{a} \\
 &= (A^{-1} \boldsymbol{a})^T R (A^{-1} \boldsymbol{a}) \\
 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{2.59}$$

以上より, $\tilde{J} = A^{-1}JA^{-1}$ と $\tilde{R} = A^{-1}RA^{-1}$ は歪対称行列, 半正定対称行列である.

式 (2.56) において, $(\tilde{\cdot})$ を省略し, さらに出力 y を追加する^(m)と以下の式で表される [59, 60].

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - R(\mathbf{x}) \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + g(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= g(\mathbf{x})^T \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \end{cases} \quad (2.60)$$

この式は, 一般的な力学系を表す式 (2.51) の一例となる. この系は, ポート制御ハミルトン系 (Port-controlled Hamiltonian systems) と呼ばれている [61, 62].

この物理系が受動性を満たしていることを示す. 系の持つエネルギーの時間変化に関して以下の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}(t)) - H(\mathbf{x}(t_0)) &= \int_{t_0}^t \frac{dH(\mathbf{x}(\tau))}{d\tau} d\tau \\ &= \int_{t_0}^t \left(\left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \frac{d\mathbf{x}(\tau)}{d\tau} \right) d\tau \\ &= \int_{t_0}^t \left(\left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T R(\mathbf{x}) \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T g(\mathbf{x})\mathbf{u} \right) d\tau \\ &\leq \int_{t_0}^t \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T g(\mathbf{x})\mathbf{u} d\tau \\ &= \int_{t_0}^t \mathbf{y}^T \mathbf{u} d\tau \\ &= W(t_0, t) \end{aligned} \quad (2.61)$$

ここで, 3 式目では, 「 $\forall \mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ に対して, $\mathbf{a}^T J \mathbf{a} = 0$, $-\mathbf{a}^T R \mathbf{a} \leq 0$ 」の性質を用いている. ゆえに, この系は受動性を満たす.

次に文献 [16] に基づいて, 電気回路における受動性の対応を述べる. 図 2.21 のような 1 ポートの回路の入出力について考える. ここで, ポートに電圧源を挿入する場合は, 入力に印加する電圧とする. そして, 出力は入力に対する回路の応答, つまり, 流れる電流となる. 同様に, ポートに電流源を挿入する場合は, 入力に流れる電流とし, 出力

^(m)ここで, 出力 y は式 (2.60) で定義されるのではなく, 予め定義した出力 y が式 (2.60) の形式で書き表されることが多いという意味である.

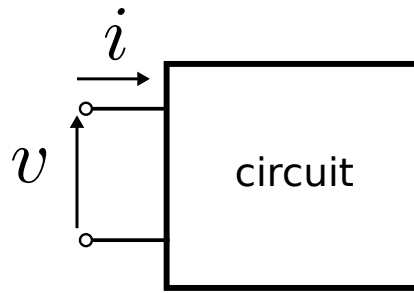


図 2.21: 1 ポート回路

はポートにかかる電圧となる. このような入出力を定義しているので, 回路への供給エネルギーは, $W(t_0, t) = \int_{t_0}^t i(\tau)v(\tau)d\tau$ となる. この供給エネルギーは, 物理的なエネルギーと次元と意味が一致する. 多ポートの場合には, 電圧と電流をそれぞれベクトルで v, i として与えれば, 容易に拡張できる. 供給エネルギーが正ならば, 「ポート」から「回路」にエネルギーを与え, 供給エネルギーが負ならば, 「回路」から「ポート」にエネルギーを与える. これが「ポート」と「回路」のエネルギー授受の関係である.

2.3.2 電気回路網における受動性

本項では, 電気回路網における受動性について説明する. そこで, はじめに抵抗, インダクタおよびキャパシタの受動性を示し, これらの受動素子で構成される回路網もまた受動性を有することを文献 [16] を参考に示す. 次に, 対象とする電力変換器の受動性を示し, 受動性を満たす電力変換器が直並列接続した場合にも受動性を満たすことを示す. この特徴により, 受動性を満たす電力変換器を数多く接続した場合にも, システム全体の漸近安定性が保証される. 本項では, 入力を印加する電圧, 出力を流れる電流として考える. また本項では, 蓄積エネルギー $H(x(t))$ を簡単のため, $H(t)$ と表記する.

抵抗の受動性

抵抗の受動性について述べる. 各時刻において, vi 平面における曲線によって特性が定まる非線形時間可変抵抗を考える. この抵抗は, エネルギーを蓄えないとする. つまり $H(t) = 0 \ (\forall t \geq t_0)$ とする. このとき抵抗の受動性が成り立つための必要十分条件は

以下の関係である.

$$\begin{aligned} H(t_0) + W(t_0, t) &\geq H(t) \\ W(t_0, t) &\geq 0 \\ \int_{t_0}^t v(\tau) i(\tau) d\tau &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

抵抗の vi 特性, つまり $i = i(v)$ の関数が vi 平面で第 1, 3 象限にある場合を考えれば, 受動性を満たすことがわかる. 仮に抵抗の vi 特性が, 一部分でも第 2 象限または第 4 象限にあるならば, 抵抗は受動性を満たさない. ゆえに, 非線形時間可変抵抗が受動性であるための必要十分条件は, vi 特性が第 1, 3 象限にあることである.

2.1.2 項で用いたダイオードの vi 特性は, 第 1, 3 象限にある. そのため, ダイオードは受動素子として考えることができる.

インダクタおよびキャパシタの受動性

次に, インダクタおよびキャパシタの受動性について述べる. まず前提として, インダクタは, 無損失で流れる電流によってエネルギーが蓄積される素子であるとする. そして, インダクタに流れる電流は磁束 ϕ に依存するので, インダクタに流れる電流 $i = i(\phi)$ と表すことができる. また, Faraday の法則 [63, 64] によりインダクタ間の電圧は $v = d\phi/dt$ と与えられる. 以上のことから, 受動性を満たすための条件は以下の通りである.

$$\begin{aligned} H(t_0) + W(t_0, t) &\geq H(t) \\ H(t_0) + \int_{t_0}^t v(\tau) i(\tau) d\tau &\geq H(t) \\ H(t_0) + \int_{\phi(t_0)}^{\phi(t)} i(\phi) d\phi &\geq H(t) \end{aligned} \quad (2.63)$$

ここで, $H(t_0) + W(t_0, t)$ は時刻 t においてインダクタに磁束として蓄えられている蓄積エネルギー $H(t)$ である. そのため, 上記の不等式は等号が成立する. 初期時刻 $t_0 \rightarrow -\infty$ として, 初期磁束 $\phi(-\infty) = 0$, 初期エネルギー $H(-\infty) = 0$ とする. 一方, 蓄積エネルギーは非負関数であった. そのため, 上式は以下のようになる.

$$\int_0^{\phi(t)} i(\phi) d\phi = H(t) \geq 0 \quad (2.64)$$

受動性を満たす条件は、任意の磁束に対して、積分値である蓄積エネルギーが非負となることである。そこで、インダクタの電流と磁束の関係について考える。 $i = i(\phi)$ の関数が、 $i\phi$ 平面で原点を通り、原点の近傍では第 1, 3 象限に存在する場合を考えれば、受動性を満たす。例としては、線形インダクタ $\phi(t) = Li(t)$ ($L \geq 0$) が挙げられる。

キャパシタについてもインダクタと同様の議論が成立する。すなわち、時刻 t において、キャパシタに蓄えられている蓄積エネルギーを $H(t)$ とし、初期時刻 $t_0 \rightarrow -\infty$ として、初期電荷 $q(-\infty) = 0$ 、初期エネルギー $H(-\infty) = 0$ とするとキャパシタが受動性を満たす条件は以下ようになる。

$$\int_0^{q(t)} v(q) \, dq = H(t) \geq 0 \quad (2.65)$$

インダクタの場合と同様に、キャパシタの電圧と電荷の関係において $v = v(q)$ の関数が vq 平面で原点を通り、原点近傍で第 1, 3 象限に存在する場合を考えれば、受動性を満たす。例としては、線形キャパシタ $q(t) = Cv(t)$ ($C \geq 0$) が挙げられる。

受動素子により構成される回路網の受動性

Tellegen の定理 [16] によって受動素子により構成された回路網にも受動性が成り立つことを、文献 [16] に基づいて説明する。

まず、Tellegen の定理を説明する。図 2.22 のような任意の集中定数回路網を考え、枝電圧 v_k と枝電流 i_k ($k = 1, \dots, n+1$) ($n \in \mathbb{N}$) に対して、枝電圧が KVL(Kirchhoff's voltage law) によって課せられる全ての拘束を満たし、枝電流が KCL(Kirchhoff's circuit law) によって課せられる全ての拘束を満たしている場合に以下の関係が成り立つ。

$$\sum_{k=1}^{n+1} v_k i_k = 0 \quad (2.66)$$

この定理は、線形または非線形、受動または能動、時間可変または時間不変な任意の素子を含む集中定数回路網に対して成り立つ。

この定理において、ポートから流れる電流の向きが逆であるので、 $v(t) = v_{n+1}$, $i(t) =$

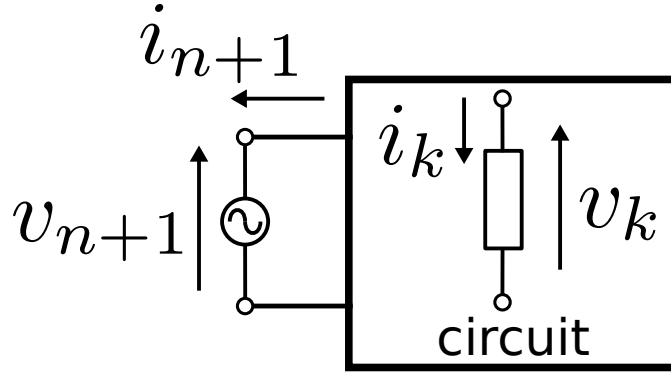


図 2.22: 任意の集中定数回路網. n 個の受動素子からなる回路を考え, 1 ポートに電圧源を接続する. このポートを $n+1$ 番目の枝として対応づける.

$-i_{n+1}$ とおくと, 以下の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} v(t)(-i(t)) + \sum_{k=1}^n v_k i_k &= 0 \\ v(t)i(t) &= \sum_{k=1}^n v_k i_k \end{aligned} \quad (2.67)$$

また, 各々の素子に蓄えられている蓄積エネルギーを $H_k(t)$ とする. 素子は受動性を有しているので, 1 つの素子について以下の関係が成り立っている.

$$\int_{t_0}^t i_k(\tau) v_k(\tau) d\tau + H_k(t_0) \geq H_k(t) \quad (2.68)$$

よって 1 ポート回路網全体では以下が満たされる.

$$\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t i_k(\tau) v_k(\tau) d\tau + \sum_{k=1}^n H_k(t_0) \geq \sum_{k=1}^n H_k(t) \quad (2.69)$$

式 (2.67) と合わせることにより, 以下のように変形できる.

$$\begin{aligned} W(t_0, t) + H(t_0) &= \int_{t_0}^t v(\tau) i(\tau) d\tau + \sum_{k=1}^n H_k(t_0) \\ &= \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t i_k(\tau) v_k(\tau) d\tau + \sum_{k=1}^n H_k(t_0) \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$H(t) = \sum_{k=1}^n H_k(t) \quad (2.71)$$

ここで、総和 Σ は有限個であるので、積分と総和の入れ替えは可能であることを用いている。それぞれを不等式に用いることにより、以下の関係が成り立つ。

$$W(t_0, t) + H(t_0) \geq H(t) \quad (2.72)$$

すなわち、受動素子により構成される回路網は受動性を有する。さらに、多ポート回路の場合には、式 (2.67) のポートの枝を分離する操作を行うことによって、同様に受動性が成立することを示すことができる。また、同様の議論により受動性を有する回路網の接続に応用できる可能性がある。すなわち、回路網自体を受動素子のようにみなすことを考える。

電力変換器の受動性

受動素子で構成される回路網は、受動性を満たすことを述べた。ここでは、スイッチを含む電力変換器が受動性を満たすことを示す。

スイッチを含む電力変換器について言及する前に、スイッチについて考慮する。電力変換器において入力とは、印加する電圧源と回路を切り替えるスイッチの2種類がある。ここで、後者のスイッチのエネルギー授受について考える。電力変換回路のスイッチは理想スイッチを想定した場合、オン時は短絡、オフ時は開放となる。これをポートの入力として考えると、オン時は 0 V の電圧源を接続、オフ時は 0 A の電流源を接続していることに相当する。このとき電流と電圧の積が 0 なので、供給エネルギーは常に 0 になる。この結果から「ポート」と「回路」のエネルギーの授受はないことがわかる。

ブーストコンバータの受動性について示す。対象とする回路方程式は、式 (2.14), (2.15) である。ブーストコンバータ単体を考慮したいので、負荷側には受動素子を接続する。そして、受動素子の電圧 v_C 、電流 i_O 、蓄積エネルギー $H_L(t)$ とする。そのため、式 (2.15) の $q_2 i_{tr1}$ は i_O とする。このとき、エネルギーを蓄積する素子は、インダクタとキャパシタと受動素子である。そのため、蓄積エネルギー $H(t) = (1/2)Li_L^2 + (1/2)Cv_C^2 + H_L(t)$ となる。また、供給エネルギー $W(t_0, t) = \int_{t_0}^t E_s i_L d\tau$ である。そして、式 (2.14), (2.15) を変形すると以下ようになる。

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -\frac{1-q_1}{LC}Cv_C - \frac{R_s}{L^2}Li_L - \frac{v_{D1}}{L} - \frac{(1-q_1)v_{D2}}{L} + \frac{E_s}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{1-q_1}{LC}Li_L - \frac{i_O}{C} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-q_1}{LC} \\ \frac{1-q_1}{LC} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Li_L \\ Cv_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{R_s}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Li_L \\ Cv_C \end{bmatrix} \\
&\quad - \begin{bmatrix} \frac{v_{D1}}{L} + \frac{(1-q_1)v_{D2}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E_s}{L} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{i_O}{C} \end{bmatrix} \quad (2.73)
\end{aligned}$$

この回路方程式から、エネルギーの関係を式 (2.61) と同様にして、以下のように導出する。

$$\begin{aligned}
H(t) - H(t_0) &= \int_{t_0}^t \left(-\frac{R_s}{L^2} (Li_L)^2 - \frac{v_{D1}}{L} Li_L - \frac{(1-q_1)v_{D2}}{L} Li_L + \frac{E_s}{L} Li_L \right) d\tau \\
&\quad - \int_{t_0}^t i_O v_C d\tau + H_L(t) - H_L(t_0) \\
&\leq \int_{t_0}^t E_s i_L d\tau \\
&= W(t_0, t) \quad (2.74)
\end{aligned}$$

ここで、受動素子の特性 $\int_{t_0}^t i_O v_C d\tau + H_L(t_0) \geq H_L(t)$ とダイオードの特性 $-v_{D1} i_L \leq 0$, $-v_{D2} i_L \leq 0$ とを用いている。この結果より、ブーストコンバータは受動性を満たすことがわかる。特に、受動性の不等式にはスイッチング関数 q_1 が含まれていない。そのため、任意のスイッチングに対して受動性を満たす。さらに、ブーストコンバータの出力側は受動素子であれば、この不等式を満たすことがわかる。

次にインバータの受動性について示す。図 2.10(a) の回路を考える。負荷側には受動素子を接続する。この受動素子の蓄積エネルギーを $H_L(t)$ とおく。このとき、出力側の受動素子以外の回路内にはエネルギーを蓄積する素子が存在しないので、 $H(t) = H_L(t)$ である。また、入力電圧 E 、電流 I とすると、供給エネルギーは $W(t_0, t) = \int_{t_0}^t EI d\tau$ である。一方、負荷には電圧 $q_2 E$ がかかり、電流 $q_2 I$ が流れる。これらより、以下のエネルギーの関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
H(t) - H(t_0) &= H_L(t) - H_L(t_0) \\
&\leq \int_{t_0}^t q_2 E q_2 I d\tau \\
&= \int_{t_0}^t EI d\tau = W(t_0, t) \quad (2.75)
\end{aligned}$$

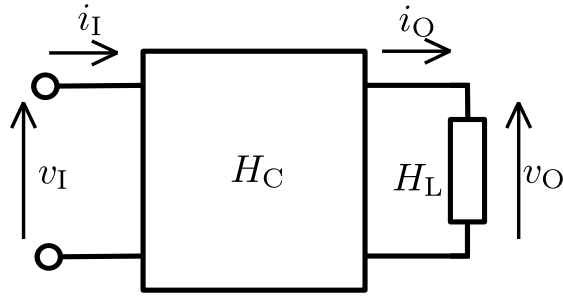


図 2.23: 電力変換器の簡易図

この結果より, インバータが受動性を満たすことがわかる. ブーストコンバータと同様に, インバータは, 任意のスイッチング, 任意の受動素子に対して受動性を満たす.

電力変換器の受動性についてまとめる. 図 2.23 の電力変換器を考える. ここで, 電源側の電圧と電流を v_I, i_I , 負荷側の電圧と電流を v_O, i_O とする. 全エネルギー $H(t)$ に対して, 電力変換器内部および負荷側の蓄積エネルギーを $H_C(t), H_L(t)$ とする. つまり, $H(t) = H_C(t) + H_L(t)$ である. このとき, 電力変換器が電源側から見て受動性が成立するとは, 式 (2.53) の不等式が成り立つことを意味する. つまり以下のとおりである.

$$\begin{aligned}
 H_C(t_0) + H_L(t_0) + \int_{t_0}^t i_I(\tau) v_I(\tau) d\tau &\geq H_C(t) + H_L(t) \\
 (H_C(t) + H_L(t)) - (H_C(t_0) + H_L(t_0)) &\leq \int_{t_0}^t i_I(\tau) v_I(\tau) d\tau \quad (2.76)
 \end{aligned}$$

電源側から見て受動性を満たすとは, 図 2.23 の電力変換器を 1 ポート回路とみなした場合である. 電力変換器の接続を以降で考えるために, 電源側と負荷側との 2 ポート回路とみなす場合について考える. このとき, 図 2.23 の電力変換器が受動性を満たすとは以下の不等式が成り立つことを意味する.

$$\begin{aligned}
 H_C(t_0) + \int_{t_0}^t \left(i_I(\tau) v_I(\tau) + (-i_O(\tau)) v_O(\tau) \right) d\tau &\geq H_C(t) \\
 H_C(t) - H_C(t_0) &\leq \int_{t_0}^t \left(i_I(\tau) v_I(\tau) + (-i_O(\tau)) v_O(\tau) \right) d\tau \quad (2.77)
 \end{aligned}$$

負荷が受動性を満たす素子の場合, 式 (2.77) ならば式 (2.76) を満たすことを示す.

$$\begin{aligned}
 (H_C(t) + H_L(t)) - (H_C(t_0) + H_L(t_0)) &= H_C(t) - H_C(t_0) + H_L(t) - H_L(t_0) \\
 &\leq \int_{t_0}^t \left(i_I(\tau) v_I(\tau) + (-i_O(\tau)) v_O(\tau) \right) d\tau + \int_{t_0}^t i_O(\tau) v_O(\tau) d\tau \\
 &= \int_{t_0}^t i_I(\tau) v_I(\tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{2.78}$$

また, 上述のブーストコンバータおよびインバータは, 式 (2.77) を満たす.

複数の電力変換器が結合した回路の受動性

まず, 図 2.24(a) のように電力変換器が直列に接続した場合を考える. 2つの電力変換器および負荷は, 1ポート回路の受動性, 式 (2.76) を満たすとする. このとき, 図 2.24(a) の後段の回路は受動性が満たされているので, 1つの受動素子とみなすことができる. すると, 前段の電力変換器の負荷側に受動性を満たす素子が接続されていることと等価である. すなわち, 式 (2.76) を満たす電力変換器の直列接続した回路は, 式 (2.76) を満たすことがわかる.

次に, 図 2.24(b) のように電力変換器が並列に接続した場合を考える. 2つの電力変換器は, 2ポート回路の受動性, 式 (2.77) を満たすとする. そして, 負荷は受動素子とする.

それぞれの受動性に関する不等式を書き下すと以下ようになる.

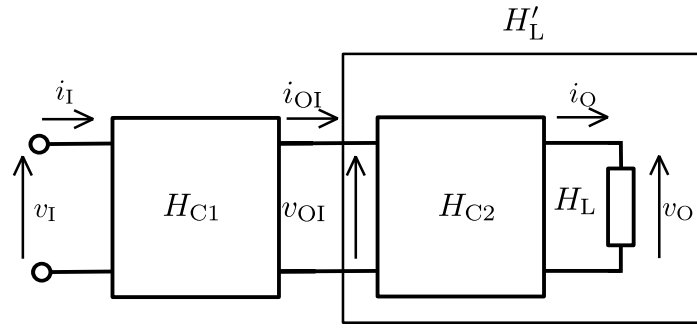
$$H_{C1}(t) - H_{C1}(t_0) \leq \int_{t_0}^t \left(i_{I1}(\tau) v_{I1}(\tau) + (-i_{O1}(\tau)) v_O(\tau) \right) d\tau \tag{2.79}$$

$$H_{C2}(t) - H_{C2}(t_0) \leq \int_{t_0}^t \left(i_{I2}(\tau) v_{I2}(\tau) + (-i_{O2}(\tau)) v_O(\tau) \right) d\tau \tag{2.80}$$

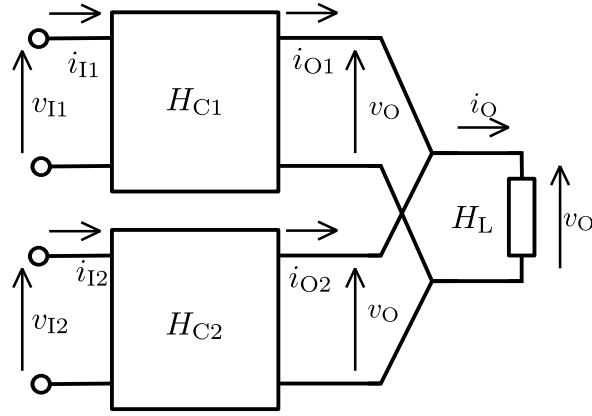
$$H_L(t) - H_L(t_0) \leq \int_{t_0}^t i_O(\tau) v_O(\tau) d\tau \tag{2.81}$$

この不等式の辺々を加えると, 全体の回路が受動性を満たすことがわかる.

受動性を満たす電力変換回路の直並列による受動性が確認できた. この結果から, 受動性を満たす電力変換回路を複数接続した場合に受動性が成り立つことが明らかである.



(a) 直列接続



(b) 並列接続

図 2.24: 電力変換器の直並列接続

2.3.3 受動性に基づく制御

本項では, 受動性に基づく制御を文献 [31, 48] にしたがって説明する. はじめに一般的な受動性に基づく制御について説明し, 次に本論文で用いる目標値追従制御について説明する.

一般系の場合

式 (2.55) の系に注目する. ここで, 蓄積エネルギーの時間微分を式 (2.61) と同様に行うと以下ようになる.

$$\frac{dH}{dt} \leq \mathbf{y}^T \mathbf{u} \quad (2.82)$$

ここで, この系の入力 u を任意の正定対称行列 $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ を用いて次式とする.

$$u = -Qy \quad (2.83)$$

このとき, 上述のように H の時間微分は以下の関係になる.

$$\frac{dH}{dt} \leq -y^T Q y < 0 \quad (2.84)$$

この式より状態変数 x は系のエネルギー H が減少して最小値になるように収束する. ここで, 式 (2.82) が成立するパラメータの条件下においては, 式 (2.83) によるフィードバックによりロバストに収束性が成り立つ. そして, H を目標とする状態で最小値をとるように定義すれば, その目標とする状態への収束が達成される. また, H を Lyapunov 関数にとることができる.

電力変換器の場合

前節において, 式 (2.60) は, 多くの物理系を表すと紹介した. 電気回路では, 以下の式 (2.60) の特殊系によって書き表せることが多い.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = J(q) \frac{\partial H(x)}{\partial x} - R \frac{\partial H(x)}{\partial x} + gE + bq \\ y = g^T \frac{\partial H(x)}{\partial x} \end{cases} \quad (2.85)$$

ここで, 入力 $E \in \mathbb{R}^{m_1}$, $q \in \mathbb{R}^{m_2}$ ($m_1, m_2 \in \mathbb{N}$) とし, その係数行列 $g \in \mathbb{R}^{n \times m_1}$, $b \in \mathbb{R}^{n \times m_2}$ とする. 電力変換器を対象にするので, 入力 E は電圧, 出力 y は電流である. また, J は q に対して, 高々1次であるとする. 式 (2.60) と同様に, 式 (2.85) は受動性を満たす.

式 (2.83) の受動性に基づく制御は, 入力を調整することによる手法である. しかし, 多くの電力変換器の場合, エネルギーを供給する電源電圧 E は調整せず, スイッチ q による調整をする. そのため, 式 (2.85) では, エネルギーを供給する入力 E と回路構成を切り替えるスイッチング関数である入力 q を分けて表記する. また, スイッチはエネルギー授受を行わない.

次に式 (2.85) において, 目標値追従制御について説明する. 受動性に基づく制御は, 蓄積エネルギー H の時間微分を常に負になるように入力を調整するものであった. 目標値への追従のためには, 状態変数が目標値に一致した場合に, エネルギーが最小とな

るように設定する必要がある。このエネルギーは、偏差系のエネルギーを用いる。そして、そのエネルギーの時間微分を常に負になるように入力を調整することによって、目標値追従を達成する。

まず、式 (2.85) の状態変数が目標値に一致している系を考える。目標値を上付き添字 * で表すと以下ようになる。このとき、エネルギーを供給する入力 E は、状態変数によらないので $E^* = E$ である。

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}^*}{dt} = J(\mathbf{q}^*) \frac{\partial H(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}^*} - R \frac{\partial H(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}^*} + g\mathbf{E} + b\mathbf{q}^* \\ \mathbf{y}^* = g^T \frac{\partial H(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}^*} \end{cases} \quad (2.86)$$

なお、ここでは $\partial H(\mathbf{x}^*)/\partial \mathbf{x}^* := \partial H(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*}$ である。以降、同様の表記を用いる。式 (2.60) と式 (2.86) の偏差系を考える。つまり、 $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$ 、 $H(\mathbf{e}) = (1/2)\mathbf{e}^T A \mathbf{e}$ 、 $\mathbf{e}_q := \mathbf{q} - \mathbf{q}^*$ における偏差系を導出する。

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}}{dt} &= \frac{d\mathbf{x}}{dt} - \frac{d\mathbf{x}^*}{dt} \\ &= J(\mathbf{q}) \frac{\partial H(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} + (J(\mathbf{q}) - J(\mathbf{q}^*)) \frac{\partial H(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}^*} - R \frac{\partial H(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} + b\mathbf{e}_q \end{aligned} \quad (2.87)$$

さらに、 J は \mathbf{q} に対して、高々1次であると仮定しているので、以下の変形ができる。

$$J(\mathbf{q}) = J(\mathbf{q}^*) + \sum_{i=1}^{m_2} \frac{\partial J(\mathbf{q}^*)}{\partial q_i} (q_i - q_i^*) \quad (2.88)$$

よって、式 (2.87) は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}}{dt} &= J(\mathbf{q}) \frac{\partial H(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} - R \frac{\partial H(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} + b\mathbf{e}_q + \sum_{i=1}^{m_2} \frac{\partial J(\mathbf{q}^*)}{\partial q_i} \frac{\partial H(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}^*} (q_i - q_i^*) \\ &= J(\mathbf{q}) \frac{\partial H(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} - R \frac{\partial H(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} + [b + c] \mathbf{e}_q \end{aligned} \quad (2.89)$$

ただし、 c は以下で定義する。

$$c := \left[\frac{\partial J(\mathbf{q}^*)}{\partial q_1} \frac{\partial H(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}^*}, \dots, \frac{\partial J(\mathbf{q}^*)}{\partial q_{m_2}} \frac{\partial H(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}^*} \right] \quad (2.90)$$

ここで、偏差系の入力を $\mathbf{e}_q = -Q [b + c]^T (\partial H(\mathbf{e})/\partial \mathbf{e})$ ($Q \in \mathbb{R}^{m_2 \times m_2}$ の正定対称行列) とすれば、上述の受動性に基づく制御になり、目標値に追従する。

式 (2.26) の場合

式 (2.26) を対象にした場合について、目標値追従のための受動性に基づく制御を導出する。まず、式 (2.26) を以下のように変形する⁽ⁿ⁾。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_L}{dt} = -\frac{1-q_1}{LC}Cv_C - \frac{R_s}{L^2}Li_L - \frac{v_{D1}}{L} - \frac{(1-q_1)v_{D2}}{L} + \frac{E_s}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{1-q_1}{LC}Li_L - \frac{q_2}{L_{tr1}C}L_{tr1}i_{tr1} \\ \frac{di_{tr1}}{dt} = \frac{q_2}{L_{tr1}C}Cv_C - \frac{1}{G_{tr}L_{tr1}} \left\{ \frac{1}{L_{tr1}}L_{tr1}i_{tr1} - \frac{1}{L_{tr2}}L_{tr2}i_{tr2} - \frac{1}{M_{tr}}M_{tr}i_M \right\} \\ \quad - \frac{R_{tr1}}{L_{tr1}^2}L_{tr1}i_{tr1} \\ \frac{di_M}{dt} = \frac{1}{G_{tr}M_{tr}} \left\{ \frac{1}{L_{tr1}}L_{tr1}i_{tr1} - \frac{1}{L_{tr2}}L_{tr2}i_{tr2} - \frac{1}{M_{tr}}M_{tr}i_M \right\} \\ \frac{di_{tr2}}{dt} = \frac{1}{G_{tr}L_{tr2}} \left\{ \frac{1}{L_{tr1}}L_{tr1}i_{tr1} - \frac{1}{L_{tr2}}L_{tr2}i_{tr2} - \frac{1}{M_{tr}}M_{tr}i_M \right\} \\ \quad - \frac{1}{L_{tr2}C_{LPF}}C_{LPF}v_{inv} - \frac{R_{tr2}}{L_{tr2}^2}L_{tr2}i_{tr2} \\ \frac{dv_{inv}}{dt} = \frac{1}{L_{tr2}C_{LPF}}L_{tr2}i_{tr2} - \frac{1}{L_{link}C_{LPF}}L_{link}i_{inv} \\ \frac{di_{inv}}{dt} = \frac{1}{L_{link}C_{LPF}}C_{LPF}v_{inv} - \frac{R_{load}}{L_{link}} \left(\frac{1}{L_{ac}}L_{ac}i_{ac} + \frac{1}{L_{link}}L_{link}i_{inv} \right) - \frac{R_{link}}{L_{link}^2}L_{link}i_{inv} \\ \frac{di_{ac}}{dt} = \frac{v_{ac}}{L_{ac}} - \frac{R_{load}}{L_{ac}} \left(\frac{1}{L_{ac}}L_{ac}i_{ac} + \frac{1}{L_{link}}L_{link}i_{inv} \right) - \frac{R_{ac}}{L_{ac}^2}L_{ac}i_{ac} \end{array} \right. \quad (2.91)$$

この微分方程式をまとめると以下ようになる。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = J(\mathbf{q})\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - R\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{E}_D + g\mathbf{E} \quad (2.92)$$

ここで、状態変数 $\mathbf{x} = [i_L \ v_C \ i_{tr1} \ i_M \ i_{tr2} \ v_{inv} \ i_{inv} \ i_{ac}]^T$ 、入力 $\mathbf{E} = [E_s \ v_{ac}]^T$ 、 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2]^T$ 、出力 $\mathbf{y} = [i_L \ i_{ac}]^T$ である。そして、 $A = \text{diag}(L, C, L_{tr1}, M_{tr}, L_{tr2}, C_{LPF}, L_{link}, L_{ac})$ として、蓄積エネルギー $H = (1/2)\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ とする。また、ダイオード電圧 v_{D1} 、 v_{D2} を含む項は、非線形抵抗による電圧降下とみなせるので、 $\mathbf{E}_D = [v_{D1}/L + (1-q_1)v_{D2}/L \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

⁽ⁿ⁾ インバータの位相 δ_{inv} は、制御系の状態変数であるので、ここには式 (2.48) を含めない。

として書き下す. さらに, $J(\mathbf{q})$, R , g は以下のとおりである.

$$J(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-q_1}{LC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-q_1}{LC} & 0 & -\frac{q_2}{L_{\text{tr1}}C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{q_2}{L_{\text{tr1}}C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{\text{tr2}}C_{\text{LPF}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{tr2}}C_{\text{LPF}}} & 0 & -\frac{1}{L_{\text{link}}C_{\text{LPF}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{link}}C_{\text{LPF}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{R_s}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr1}}^2} + \frac{R_{\text{tr1}}}{L_{\text{tr1}}^2} & -\frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr1}}M_{\text{tr}}} & -\frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr1}}L_{\text{tr2}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr1}}M_{\text{tr}}} & \frac{1}{G_{\text{tr}}M_{\text{tr}}^2} & \frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr2}}M_{\text{tr}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr1}}L_{\text{tr2}}} & \frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr2}}M_{\text{tr}}} & \frac{1}{G_{\text{tr}}L_{\text{tr2}}^2} + \frac{R_{\text{tr2}}}{L_{\text{tr2}}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_{\text{load}} + R_{\text{link}}}{L_{\text{link}}^2} & \frac{R_{\text{load}}}{L_{\text{link}}L_{\text{ac}}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_{\text{load}}}{L_{\text{link}}L_{\text{ac}}} & \frac{R_{\text{load}} + R_{\text{ac}}}{L_{\text{ac}}^2} \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{ac}}} \end{bmatrix}^T$$

このとき, 出力 $\mathbf{y} = [i_L \ i_{\text{ac}}]^T$ は, g と H を用いて, 以下のように書き表される.

$$\mathbf{y} = g^T \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.93)$$

次に、式 (2.92), (2.93) により表されるシステムが受動性を満たすことを示す^(o)。蓄積エネルギー H の時間変化を考える。

$$\frac{dH}{dt} = \mathbf{y}^T \mathbf{E} - (1 - q_1)v_{D2}i_L - v_{D1}i_L - \left(\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}\right)^T R \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.94)$$

この式の右辺 1 項目 $\mathbf{y}^T \mathbf{E} (= i_L E_s + i_{ac} v_{ac})$ は、分散型電源と配電系統から供給されるパワーである。残りの項は損失分のパワーで、常に負となる。以上より次のエネルギーの関係が成立する。

$$H(t) - H(t_0) = \int_{t_0}^t \frac{dH(\tau)}{d\tau} d\tau \leq \int_{t_0}^t \mathbf{y}^T \mathbf{E} d\tau = W(t_0, t) \quad (2.95)$$

これは、受動性が成り立つことを示している。ここで、受動性の関係を示す不等式にはスイッチング関数 q_1, q_2 が含まれていない。つまりこの不等式は、任意のスイッチングに対して受動性が成り立つことを意味する。

次に受動性に基づく目標値追従制御について説明する。目標値は、ブーストコンバータの出力電圧 v_C およびインバータの出力電圧 v_{inv} を予め定め、他の状態変数の目標値を導出する。偏差エネルギー $H(e)$ の時間微分を常に負になるように制御則を決定する。そのために、式 (2.89) と同様に偏差系の微分方程式を導出する。式 (2.89) 中の $[b + c]$ を算出すると以下ようになる。

$$[b + c] = \begin{bmatrix} \frac{v_C^*}{L} & -\frac{i_L^*}{C} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{i_{tr1}^*}{C} & \frac{v_C^*}{L_{tr1}} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.96)$$

ここで、偏差系の入力 $e_q = -Q[b + c]^T (\partial H(e)/\partial e)$ とすればよいので、以下のような入力を考える。ここで Q は、制御ゲイン $k_1 > 0, k_2 > 0$ を用いて、 $Q = \text{diag}(k_1, k_2)$ とする。

$$q_1 = q_1^* - k_1 \{v_C^*(i_L - i_L^*) - i_L^*(v_C - v_C^*)\} \quad (2.97)$$

$$q_2 = q_2^* - k_2 \{v_C^*(i_{tr1} - i_{tr1}^*) - i_{tr1}^*(v_C - v_C^*)\} \quad (2.98)$$

しかし、対象とする電力変換器において、入力のスイッチング関数 $q_1 \in \{0, 1\}$, $q_2 \in \{1, -1\}$ は離散的な値を取る。そのため、このスイッチング関数を決定するために用い

^(o) このシステムは、ダイオードによる非線形抵抗を含む点において式 (2.85) と異なる。

られる PWM に用いる参照値 u_1, u_2 を用いてこの制御則を考える.

$$u_1 = u_1^* - k_1 \{v_C^*(i_L - i_L^*) - i_L^*(v_C - v_C^*)\} \quad (2.99)$$

$$u_2 = u_2^* - k_2 \{v_C^*(i_{tr1} - i_{tr1}^*) - i_{tr1}^*(v_C - v_C^*)\} \quad (2.100)$$

これらの制御則を適用することによって, 偏差エネルギー $H(e)$ の時間微分が瞬時的には常に負とは言えないが, 平均的に負になる.

式 (2.99), (2.100) において, PWM の参照値である u_1, u_2 は, 0 から 1 の値と -1 から 1 の値とを取る. 電圧, 電流の定格はそれぞれ 141 V, 495 mA である. これらのことからゲイン $k_i (i = 1, 2)$ は $0.014 (= 1/(141 \times 0.495))$ が定格である. このゲインは, 実システムへの適用を考慮して電圧と電流の次元を残している. 定格値を越えると, u_1, u_2 が飽和する可能性が生じる. そのため, 以降では制御ゲインの値を定格以下に設定する.

2.4 まとめ

本章では, はじめに分散型電源系統連系システムとその制御について説明した. 対象とする実験システムは, 現実の太陽光発電システムに合わせて構成した. 個々の電力変換器の動作とその動作を実現するための条件を導出した. その結果, 設計パラメータを定める指針が得られた. また, 回路動作におけるスイッチ素子の保護について詳述した.

次に, インバータの系統連系のための位相同期方式について述べた. インバータに慣性を持つ同期発電機の特性を与えることができた.

最後に, 複数の電力変換器の結合したシステムの制御手法として, 受動性に基づく目標値追従制御を挙げた. この制御手法は, 状態変数が目標値へと追従することを保証する.

本章の最後に, 対象とする電力変換器の構成と制御手法とを図 2.25 にブロック線図としてまとめる. 2.1 節で説明した回路は上部のパワー回路に相当する. そして, 受動性に基づく制御および位相同期方式は, 下部の PWM の参照値を計算するデジタル回路に相当する. デジタル回路は, Matlab&Simulink および d-space を用いて実装する. 中央部のアナログ信号回路に関しては, 付録 A および付録 D.1 にまとめる.

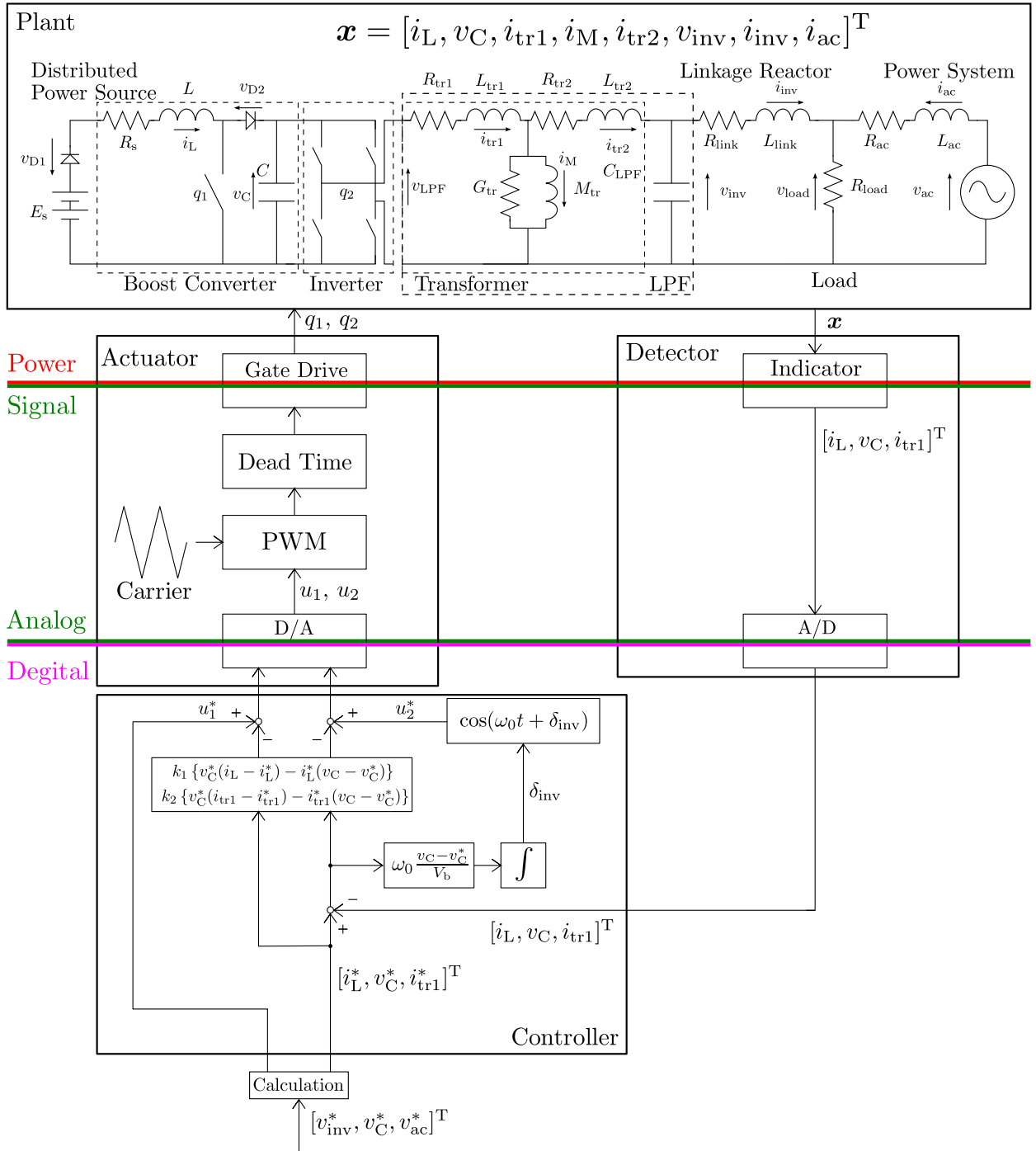


図 2.25: 電力変換器の構成および制御系のブロック線図

第3章 位相同期方式および受動性に基づく制御によるダイナミクス

本章では、第2章で導出した位相同期方式および受動性に基づく制御によるダイナミクスを数値的および実験的に検討する。対象とする分散型電源系統連系システムに擾乱が加わった場合の動作について議論する。ここでの擾乱は、位相急変を想定する。そこでまず、位相急変について3.1節で述べる。また本章では、電力変換器の動作に注目するため、配電系統側の接続は簡易なものとする。つまり、配電線をなくし、負荷に配電系統の交流電圧源 v_{ac} が直に接続する場合を考える。さらに、本章では入力電圧 $E_s = 51.2 \text{ V}$ とする。次に3.2節では、位相同期方式によるダイナミクスを検討する。第2章で述べたように、位相同期方式を適用することによって、インバータが同期発電機のように振る舞う。同期発電機の慣性定数 M に対応するキャパシタの容量を変えることによる、ダイナミクスの傾向を把握する。3.3節では、受動性に基づく制御によるダイナミクスを検討し、この制御手法の妥当性および有効性を明らかにする。さらに、過渡挙動の結果から、第2章の式 (2.99), (2.100) における制御ゲイン k_1, k_2 を決定する指針を得る。

3.1 位相急変

本節では、擾乱として用いる位相急変について述べる。実際の配電系統では、雷などの大きな擾乱が生じたとき以外にも、系統の切り替えのタイミングなどによって、日常的に系統連系点の電圧位相が急変する現象が生じる。

本章では、配電系統の電圧 v_{ac} の位相 δ_{ac} が、 $t = 0.1$ において -0.7 rad から 0 rad に変化する擾乱を位相急変とする。この電圧波形を図 3.1 に示す。ここでは、ステップ的な位相急変を想定するが、実験による検証時にステップ的な変化を実現することは、その間に非現実的な変数変化を要するため困難であるので、現実的な位相変化を設定する。

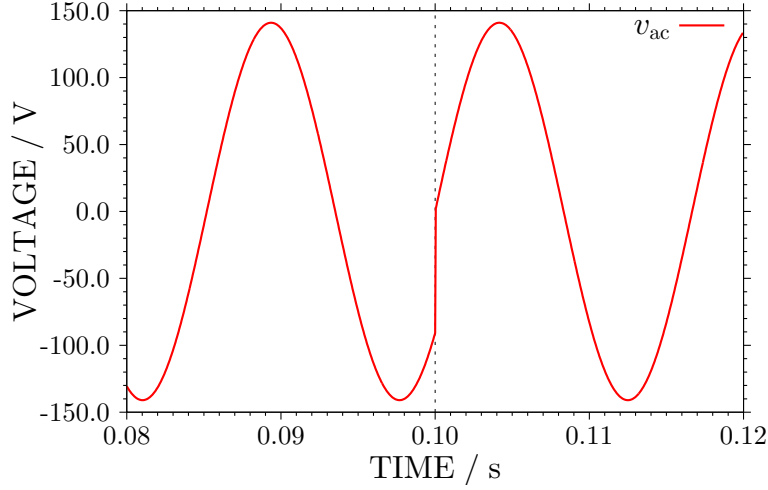


図 3.1: 位相急変する配電系統の電圧波形. 時刻 $t = 0.1$ において, 位相が 0.7 rad 増加する場合を表す.

3.2 位相同期方式によるダイナミクス

本節では, 位相同期方式によるダイナミクスを数値的に検討する. 位相同期方式のみの動作に注目するため, 受動性に基づく制御は適用しない. すなわち, 式 (2.99), (2.100) における制御ゲインを $k_1 = k_2 = 0$ とする. まず, 位相急変が発生した場合の状態変数とインバータの位相に注目して, 動作を解析する. 次にインバータの入力側のキャパシタ容量を変化した場合の過渡挙動について比較し, 使用するキャパシタの容量を決定する. また, 数値計算は全て C 言語によるプログラムおよびコンパイラ GNU Compiler Collection (GCC) を用いて行う. 数値計算の時間刻み幅は $(1/f_1)/10^4$ とし, 4 次の Runge-Kutta 法を用いて計算する. しかし計算データが膨大となるために, 結果は 5.5×10^4 ステップ毎のデータを示す.

図 3.2 にキャパシタの容量を 10 mF に設定し, $t = 0.1$ において位相急変が発生した場合の過渡挙動を示す. 上図は, インダクタ電流 i_L とキャパシタ電圧 v_C を緑色と赤色の実線で示し, 下図は, 配電系統の位相 δ_{ac} とインバータの位相 δ_{inv} を桃色と青色で示す. $t < 0.1$ の定常状態では, インバータの位相 δ_{inv} が配電系統の位相 δ_{ac} より 0.1 rad だけ進んだ値で系統連系する. そして, 配電系統の位相 δ_{ac} が -0.7 rad から 0 rad に変化した後, インバータの位相 δ_{inv} が再び 0.1 rad 進んだ値に収束することが確認できる.

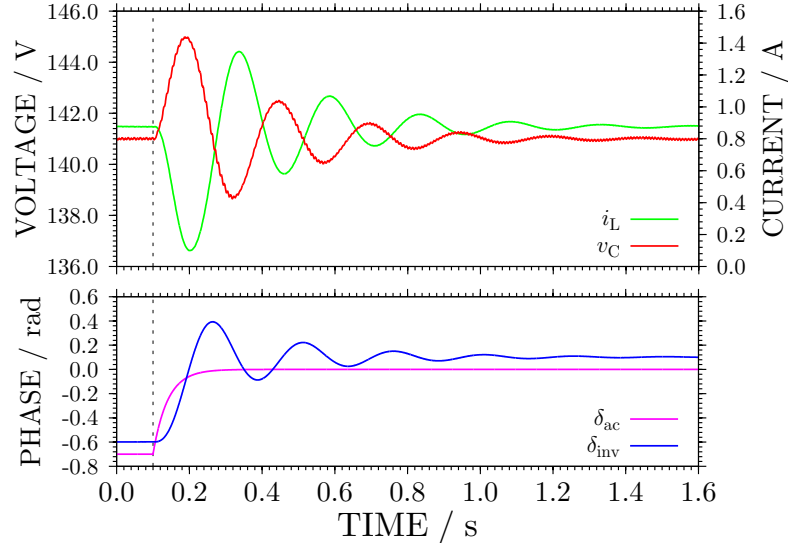


図 3.2: 位相急変に対するインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{inv} , δ_{ac} の挙動.

次にインダクタ電流 i_L とキャパシタ v_C の振動について議論する. これらの動作を理解するために, いくつかの仮定を挙げる. まず, インバータと LPF によって理想的に電力変換すると仮定する. さらに, 交流の配電系統がフェーズで表現でき, 限流リアクトル L_{link} の内部抵抗が無視できると仮定する. これらの仮定により, v_C の微分方程式に含まれる $q_2 i_{tr1}$ は以下のように変形できる.

$$q_2 i_{tr1} = \frac{p_{inv}}{v_C} = \frac{V_{ac}}{\sqrt{2}\omega_0 L_{link}} \sin(\delta_{inv} - \delta_{ac}) \quad (3.1)$$

ここで, インバータの出力電圧 $v_{inv} = \sqrt{2}V_{inv} \cos(\omega_0 t + \delta_{inv}) = v_C \cos(\omega_0 t + \delta_{inv})$, 配電系統の電圧 $v_{ac} = \sqrt{2}V_{ac} \cos(\omega_0 t + \delta_{ac})$ とおくと, インバータの出力電力が $p_{inv} = (V_{inv} V_{ac} / \omega_0 L_{link}) \sin(\delta_{inv} - \delta_{ac})$ となる. この式を用いて, 元の微分方程式を再考する.

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_{inv}}{dt} &= \frac{\omega_0}{V_b} v_C - \frac{\omega_0}{V_b} v_C^* \\ \frac{di_L}{dt} &= -\frac{1-q_1}{L} v_C - \frac{R_s}{L} i_L + \frac{E_s - (1-q_1)v_{D2} - v_{D1}}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} &= \frac{1-q_1}{C} i_L - \frac{V_{ac}}{\sqrt{2}\omega_0 L_{link} C} \sin(\delta_{inv} - \delta_{ac}) \end{aligned}$$

この式を単位化したときのそれぞれの係数の大きさを比較する. 表 2.2 を用いて単位化

すると以下ようになる。ここで上付き $(\bar{\cdot})$ (バー) は単位化した変数を意味する。

$$\frac{d\bar{\delta}_{\text{inv}}}{d\bar{t}} = \bar{v}_C - \bar{v}_C^* \quad (3.2)$$

$$\frac{d\bar{i}_L}{d\bar{t}} = -\frac{1-q_1}{\bar{L}}\bar{v}_C - \frac{\bar{R}_s}{\bar{L}}\bar{i}_L + \frac{\bar{E}_s - (1-q_1)\bar{v}_{D2} - \bar{v}_{D1}}{\bar{L}} \quad (3.3)$$

$$\frac{d\bar{v}_C}{d\bar{t}} = \frac{1-q_1}{\bar{C}}\bar{i}_L - \frac{\bar{V}_{\text{ac}}}{\sqrt{2}\bar{L}_{\text{link}}\bar{C}} \sin(\bar{\delta}_{\text{inv}} - \bar{\delta}_{\text{ac}}) \quad (3.4)$$

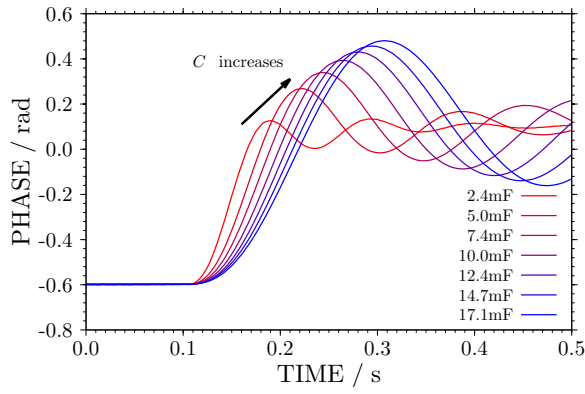
それぞれの係数の値は, $(1-q_1)/\bar{L} \approx 10.3$, $\bar{R}_s/\bar{L} \approx 0.26$, $(1-q_1)/\bar{C} \approx 3.2 \times 10^{-5}$, $\bar{V}_{\text{ac}}/\sqrt{2}\bar{L}_{\text{link}}\bar{C} \approx 5.7 \times 10^{-3}$ である。定数項は振動に影響を与えないので, ここでは比較対象として考えていない。

まず, δ_{inv} と v_C の微分方程式に注目すると i_L の係数が 0 もしくは小さいことから δ_{inv} と v_C の微分方程式の 2 式で閉じていると考える。このときの振動の周波数^(a)は $\omega_0 \times (1/2\pi)\sqrt{\bar{V}_{\text{ac}}/\sqrt{2}\bar{L}_{\text{link}}\bar{C}} \approx 4.5 \text{ Hz}$ である。図 3.2 から v_C , δ_{inv} の振動の周波数を計算すると 4.4 Hz である。つまり, δ_{inv} と v_C の振動は, 出力電力に相当する項によって振動の周波数が決定する。

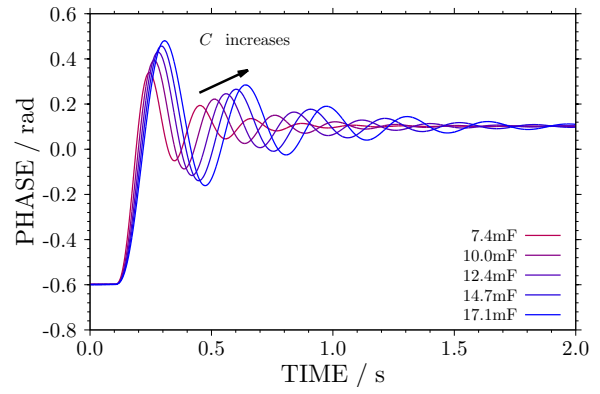
次に, v_C と i_L の微分方程式に注目する。これらの係数比は, 10^3 オーダーの倍率である。このことから, 2 つの微分方程式を速い系と遅い系として分離する。そして, 遅い系を基準にした場合, 速い系を微分方程式ではなく代数方程式とみなす。すると, v_C と i_L は式 (3.3) がつり合うように, 増減が逆転することになる。これが, v_C と i_L が逆転して振動する理由であると考えられる。

次にインバータの入力側のキャパシタ容量を変化させた場合の過渡挙動を比較する。図 3.3 にそれぞれの結果を示す。そして, 図 3.4 に図 3.3 の結果を $(\delta_{\text{inv}}, \omega_{\text{inv}})$ 断面で表示する。キャパシタの容量 C を増加させるにしたがって, δ_{inv} は振動振幅が大きくなるとともに, 収束時間が長くなり, そして電圧と電流は振動振幅が小さくなる傾向がある。特に, $C = 2.4, 5.0 \text{ mF}$ のときには, 電流が下限まで到達することが確認できる。これは, ブーストコンバータのダイオードによって, 電流が堰き止められている結果になる。本来, 電流は連続条件を満たして動作するように設定したので, 電流が下限まで到達することは好ましくない。さらに, $t < 0.1$ の定常状態において, キャパシタの容量 C が小さい場合は, 電圧の定常的な脈動が確認できる。これは, 式 (2.13) の電圧リップルによるものである。そのため, この電圧リップルが充分小さくなるキャパシタ容量 C を選定す

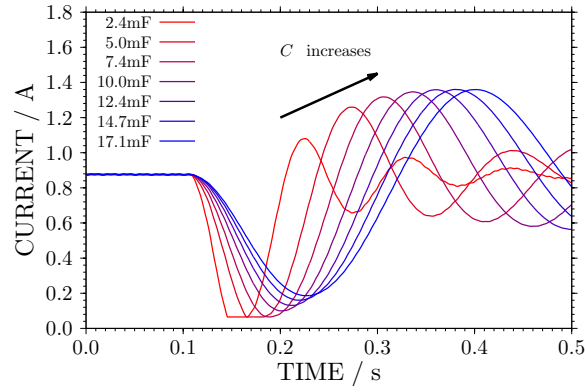
^(a) ω_0 を乗ずるのは, 単位化した値を実値に変換するためである。



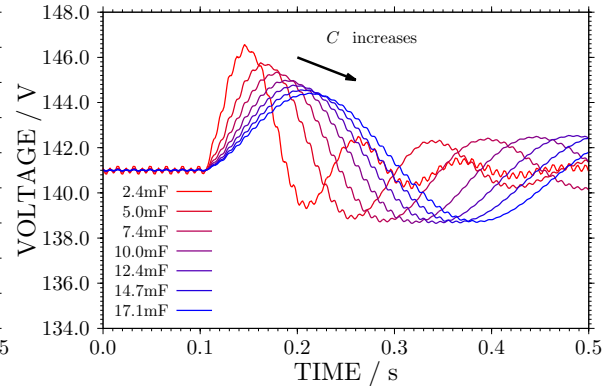
(a) インバータの位相 δ_{inv}



(b) インバータの位相 δ_{inv} ((a) の時間スケール変更)



(c) インダクタ電流 i_L



(d) キャパシタ電圧 v_C

図 3.3: キャパシタ容量 C を変化させた場合のインバータの位相 δ_{inv} , インダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C の挙動. (b) は (a) の時間を超過した結果を示している.

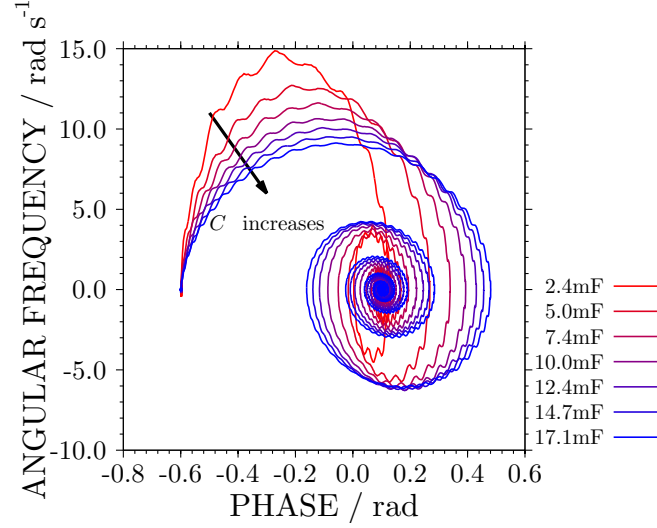


図 3.4: キャパシタ容量 C を変化させた場合の $(\delta_{\text{inv}}, \omega_{\text{inv}})$ 断面における挙動

る必要がある。しかし一方で、キャパシタの容量 C が大きい場合は、収束時間が長くなるという問題がある。インバータは同期発電機のような振る舞いをするために、位相同期方式を用いた。動揺方程式は、同期発電機の数秒程度から 10 秒以下の機械的挙動を表す [65, 66]。そのため、この時間スケールに合わせて、キャパシタの容量を決定する。以上のことから、キャパシタの容量 C を 10 mF とする。本論文の以降では、 $C = 10 \text{ mF}$ に統一する。

キャパシタの容量 C が増加するにともない、収束が遅くなる理由について考察する。式 (3.3) は、式 (3.2), (3.4) に比べて、速い応答を示すので、この微分方程式を微分項を 0 とした代数方程式とみなす。すると、式 (3.3) は以下ようになる。

$$\bar{i}_L = -\frac{1 - q_1}{\bar{R}_s} \bar{v}_C + \frac{\bar{E}_s - (1 - q_1) \bar{v}_{D2} - \bar{v}_{D1}}{\bar{R}_s}$$

この式を式 (3.4) に代入すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_C}{dt} = & -\frac{(1 - q_1)^2}{\bar{C}\bar{R}_s} \bar{v}_C + (1 - q_1) \frac{\bar{E}_s - (1 - q_1) \bar{v}_{D2} - \bar{v}_{D1}}{\bar{C}\bar{R}_s} \\ & - \frac{\bar{V}_{ac}}{\sqrt{2}\bar{L}_{\text{link}}\bar{C}} \sin(\bar{\delta}_{\text{inv}} - \bar{\delta}_{ac}) \end{aligned} \quad (3.5)$$

この微分方程式から、 $((1 - q_1)^2 / \bar{C}\bar{R}_s) \bar{v}_C$ が減衰項に対応する。そのため、キャパシタの容量 C が増加するにともない、減衰定数が小さくなる。その結果、収束時間が長くなる。

3.3 受動性に基づく制御によるダイナミクス

本節では、受動性に基づく制御によるシステムのダイナミクスについて検討する。回路に与える擾乱は、前節と同様に位相 δ_{ac} が、 $t = 0.1$ において -0.7 rad から 0 rad に変化する位相急変を想定する。まずはじめに、数値計算によって、受動性に基づく制御を適用した場合の妥当性および有効性を示す。次に、実験により検証する。

3.3.1 式 (2.99) をブーストコンバータに適用させた場合

本項では、式 (2.99) をブーストコンバータに適用させた場合について考える。対象とする状態変数 (i_L および v_C) の目標値は直流値である。そしてインバータの位相 δ_{inv} は、連系点電圧位相 δ_{ac} から一定の位相差を持つ値が理想的な振る舞いである。この位相差により電力を供給する。式 (2.99) の影響を確認するため、本項では制御ゲイン k_2 を 0 とする。

図 3.5 に制御ゲイン k_1 が 0 から 0.010 までの結果を示す。2.3 節で述べたように、制御ゲインは 0.014 の定格以下に設定する必要がある。そのためここでは、図 3.5 の k_1 が 0 から 0.010 までを対象にする。図 3.5(a) は、制御ゲインが k_1, k_2 とともに 0 なので、受動性に基づく制御を適用していない場合に対応する。図 3.5 において、 δ_{ac} の急変により、 δ_{inv} が相対的に減少し、 i_L および v_C が変動する。式 (2.99) によって、その変動を抑制するように働く。実際、 i_L が減少、 v_C が増加している際には、ブーストコンバータのデューティ比 u_1 が増加していることが確認できる。その結果、制御ゲイン k_1 の増加に伴って、 i_L の変動が抑制されている。しかし、 i_L が変動しない分、 v_C の振動振幅が促進され、収束時間が増加する傾向になることが確認できる。さらに、 v_C の振動が式 (2.48) によって影響し、インバータの位相 δ_{inv} の収束時間が長くなる傾向にある。同期発電機は数秒程度の挙動を示す。このインバータは同期発電機のような挙動を示すように設定する。それゆえ、 $k_1 = 0.005$ の場合には 2 秒後には十分に収束しているので適用には問題がないと考える。しかし、 $k_1 = 0.010$ の場合には十分に収束していない。以上のことから、制御ゲイン k_1 を設定する指標が得られた。

本論文において適用する受動性に基づく制御は、収束性を良くする制御ではなく、目標値への追従を保証するものである。それゆえ、図 3.5 の全ての結果について目標値へ

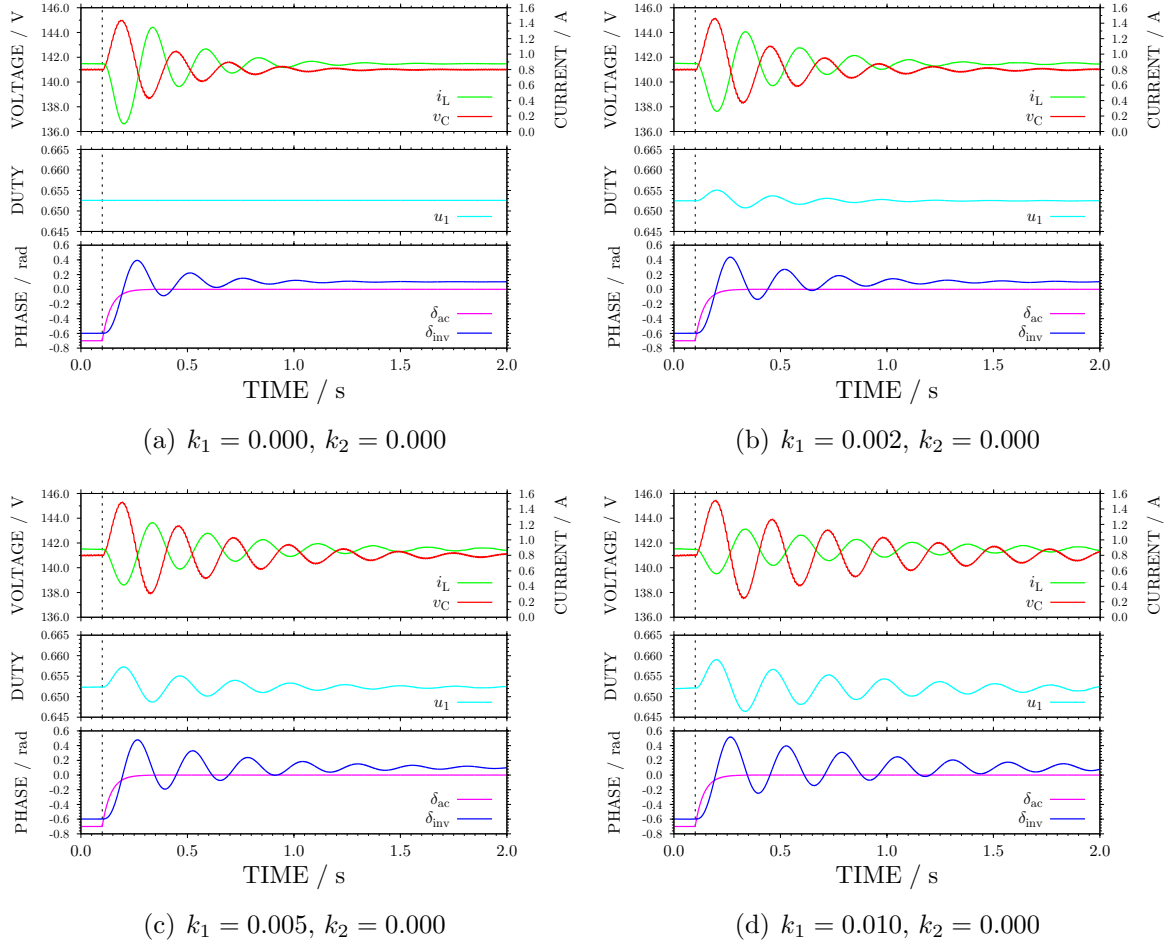
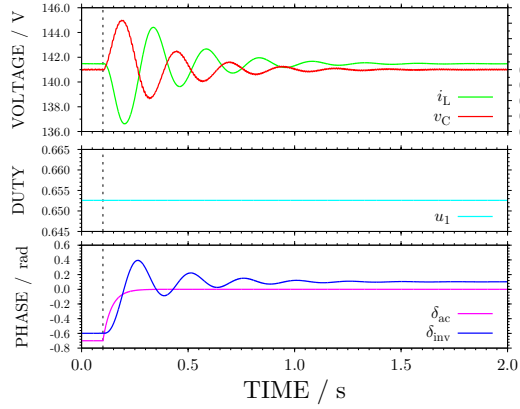


図 3.5: 数値計算におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , デューティ比 u_1 , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の制御ゲイン k_1 を変化させたときの時間発展

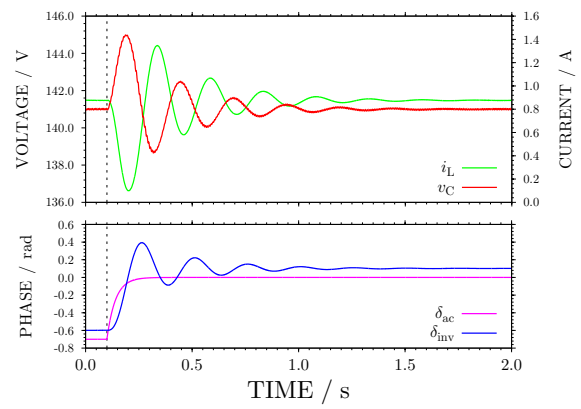
の追従を達成している。このことから、受動性に基づく制御は、目標値追従動作に関して有効である。ブーストコンバータの出力電力を予め設定して、 i_L の変動を抑制するように働くので、この制御則はブーストコンバータ単体の制御として有効である。

3.3.2 式 (2.100) をインバータに適用させた場合

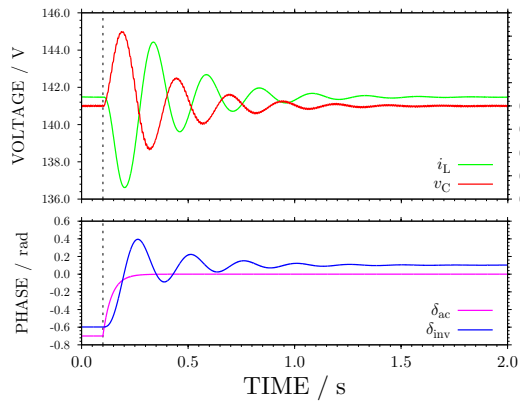
本項では、式 (2.100) をインバータに適用させた場合を考える。前項と同様に、 δ_{ac} が $t = 0.1$ において -0.7rad から 0rad に変化する位相急変に対する各状態変数の過渡挙動を図 3.6 に示す。式 (2.100) の影響を確認するため、本項では制御ゲイン $k_1 = 0$ とする。図 3.6(a) は、図 3.5(a) と同様に、受動性に基づく制御を適用していない場合に対応



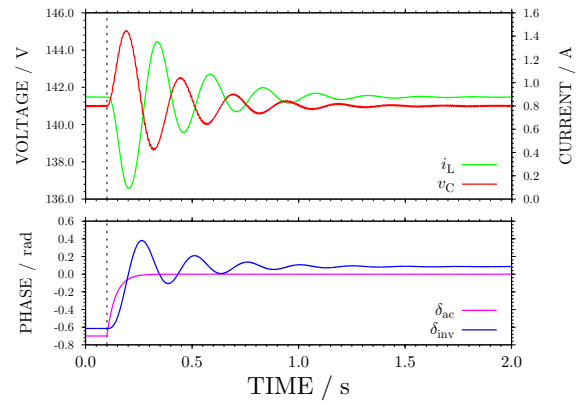
(a) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.000$



(b) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.001$



(c) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.010$



(d) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.100$

図 3.6: 数値計算におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の制御ゲイン k_2 を変化させたときの時間発展

する. ここでは, 比較として再掲する. 図 3.6 の結果では, i_L , v_C および δ_{inv} に変化が見られない. 制御ゲイン k_2 の定格は 0.014 であるが, その定格値を超過した結果, 図 3.6(d) においても, 同様の結果が得られる. つまり, 制御ゲインをこの範囲で設定した場合には, 過渡動作に影響を与えずに目標値への追従が達成することを意味する.

次に, 図 3.7 に定常状態におけるインバータの PWM の参照値 u_2 を示す. 出力電圧 v_{inv} の参照値である u_2 が $k_2 = 0.010$ のときに正弦波に高調波振動が重畳していることが確認できる. この原因は, 式 (2.100) において i_{tr1}^* を正弦波として用いているが, i_{tr1} は図 2.15 のようにインバータによる高周波を含んでいるからである. そのため, 式 (2.100) の制御ゲイン k_2 の増加に伴い, i_{tr1} の高周波成分が顕著に表れる. 実際, u_2 に含まれる高周波の周波数を算出すると 6 kHz であり, インバータのスイッチング周波数 f_2 と一致

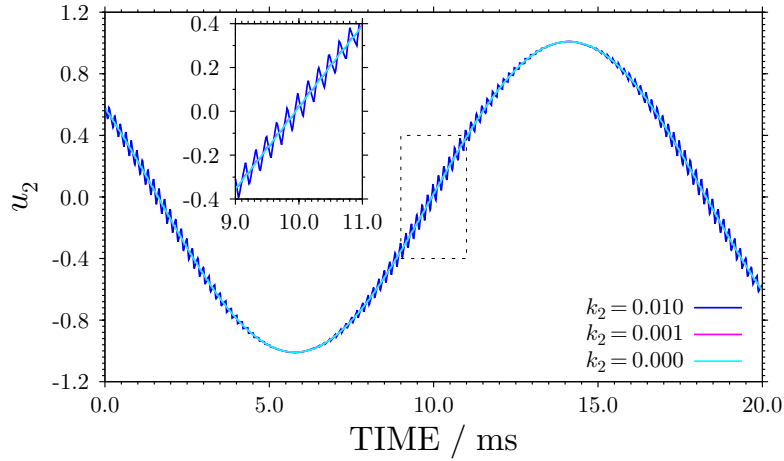


図 3.7: 数値計算における定常状態の PWM の参照値 u_2 の時間波形

する。高周波の発生は、電気機器などの誤作動や焼損に繋がるため、抑制しなければならない。実際、高低圧配電システムの電圧における総合歪率は 5% と制定されている。そのため、本インバータの高周波が発生しない制御ゲイン k_2 を選定する必要がある。以上より、PWM によるスイッチング方式を用いる系では、制御ゲイン k_2 の設定には上限があることが示された。本論文では、図 3.7 の結果から、制御ゲイン $k_2 = 0.001$ と設定する。

3.3.3 式 (2.99) および式 (2.100) を適用させた場合

3.3.1, 3.3.2 項の結果を受けて、図 3.8 に $k_1 = 0.005$, $k_2 = 0.001$ として式 (2.99), (2.100) を適用した場合を示す。結果から目標値への追従が達成していることが確認できる。以上の結果から、受動性に基づく制御の妥当性および有効性を数値的に示した。

3.3.4 実験的検証

本項では、製作した実験回路において、受動性に基づく制御の妥当性と有効性を検証する。前項の数値計算は、本項の実験条件に揃えているので、各パラメータの値は数値計算と同じである。ここでは、各状態変数の過渡挙動が数値計算結果と定性的かつ定量的に一致することを示す。

前項までの数値計算結果と対応した実験結果を示す。図 3.9 に式 (2.99) をブーストコンバータに適用させた場合、図 3.10 に式 (2.100) をインバータに適用させた場合の結

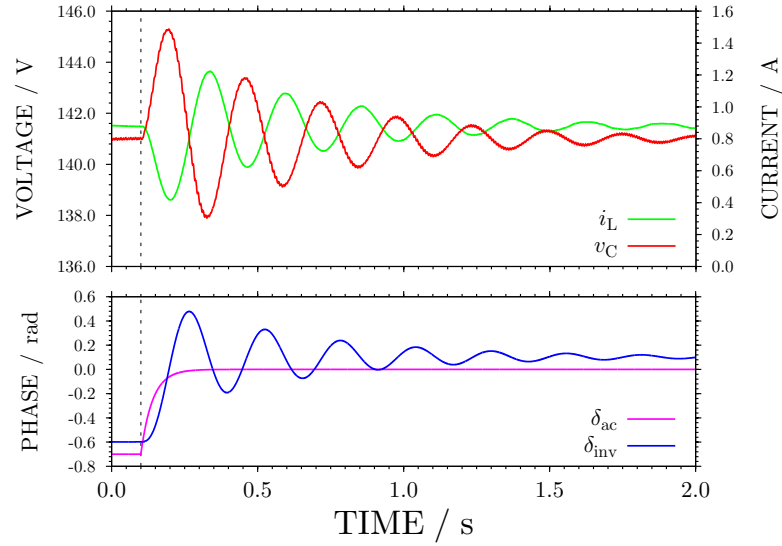
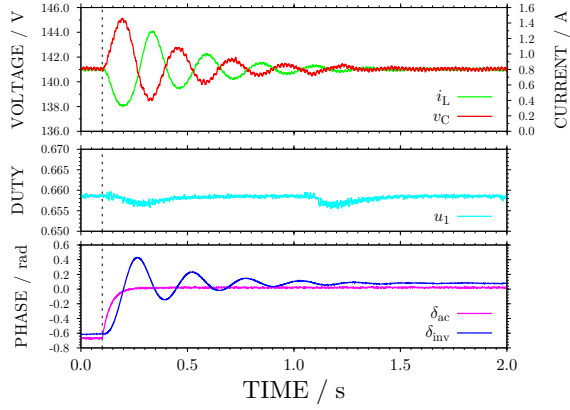


図 3.8: 数値計算における制御ゲイン $k_1 = 0.005$, $k_2 = 0.001$ に設定した場合のインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の時間発展

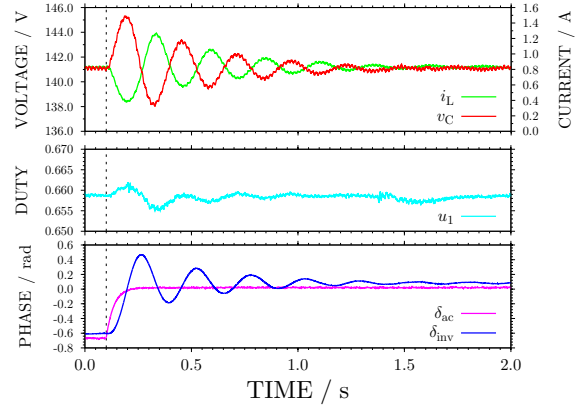
果を示す. なお, 実験結果はデータの平滑化 (付録 D.2 を参照) を行う.

図 3.9 において, 制御ゲイン k_1 の増加にともない, i_L の変動が抑制され, v_C の振動振幅が促進し, 収束時間が増加する傾向になっていることが確認できる. このことから図 3.5 の数値計算結果と定性的に一致していることがわかる. さらに, 収束するまでの振動周波数が数値計算結果とほぼ等しいことがわかる. また, 図 3.9(a) において, デューティ比 u_1 に 1 Hz 程度の小さな脈動がある. これは, 信号生成のために使用した d-space に含まれるノイズであるが, 詳細はわかっていない.

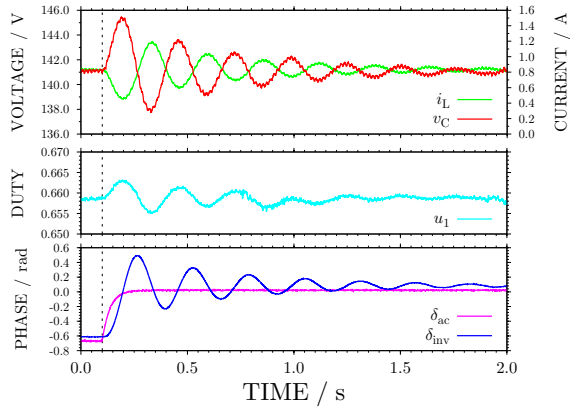
図 3.10 において, 制御ゲイン k_2 の増加に関わらず, 各状態変数の変化がほとんど現れていないことが確認できる. したがって, 図 3.6 の数値計算結果と定性的に一致している. しかし, $k_2 = 0.100$ の場合は, 配電系統と連系する定常状態を維持することができなかった. これは, 数値計算で示唆された u_2 の高周波成分による出力波形の歪みに起因すると推察する. 次に, 図 3.11 に定常状態におけるインバータの PWM の参照値 u_2 を示す. 数値計算結果と同様に参照値 u_2 が $k_2 = 0.010$ のときに正弦波に高周波振動が重畳することが確認できる. u_2 に含まれる高周波の周波数を算出すると 6 kHz であり, インバータのスイッチング周波数 f_2 と一致する. このことから, 制御ゲイン k_2 の設定には上限があることが実験的に検証された.



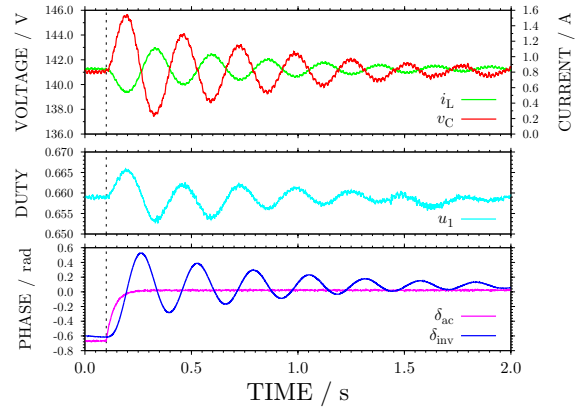
(a) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.000$



(b) $k_1 = 0.002, k_2 = 0.000$

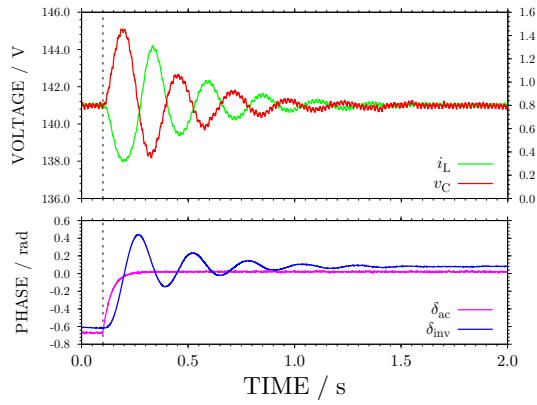


(c) $k_1 = 0.005, k_2 = 0.000$

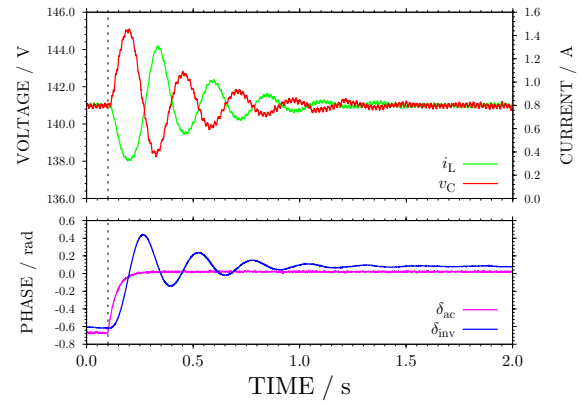


(d) $k_1 = 0.010, k_2 = 0.000$

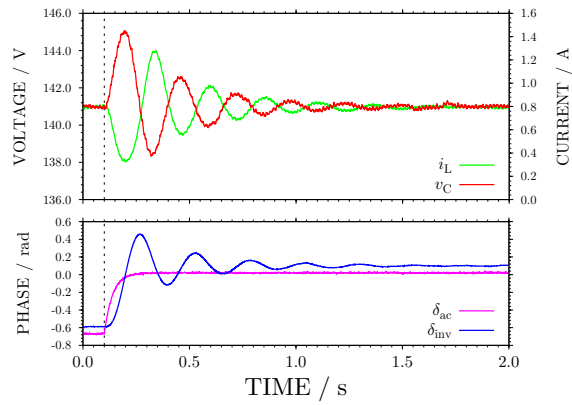
図 3.9: 実験におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , デューティ比 u_1 , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の制御ゲイン k_1 を変化させたときの時間発展



(a) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.000$



(b) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.001$



(c) $k_1 = 0.000, k_2 = 0.010$

図 3.10: 実験におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の制御ゲイン k_2 を変化させたときの時間発展

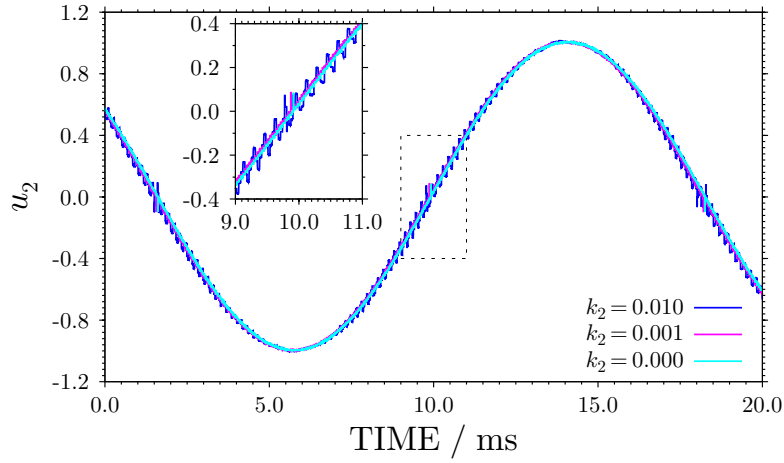


図 3.11: 実験における定常状態の PWM の参照値 u_2 の時間波形. データの平滑化は行っていない.

最後に, 図 3.12 に $k_1 = 0.005$, $k_2 = 0.001$ として式 (2.99), (2.100) を適用した場合を示す. 式 (2.99) のみを用いた図 3.9(c) の結果と同様の過渡挙動が確認できる. これは, 図 3.10 において式 (2.100) による状態変数の時間波形への影響が現れないという同じ特徴を有した結果である. そのため, 図 3.9 において適切であるとして決定した k_1 の値が有効である. 以上より, 提案手法の特性に関して数値的, 実験的にその妥当性が定性的かつ定量的に確認できた.

3.4 まとめ

本章では, 位相同期方式および受動性に基づく制御の動作について数値的および実験的に検討した. 擾乱として設定した位相急変に対して, それぞれの動作を数値的および実験的に検討した. 位相同期方式では, 配電系統側の電圧位相 δ_{ac} の変動に合わせて, インバータの位相 δ_{inv} が自律的に元の位相差になるように収束することを示した. さらに, 過渡挙動について, 電流 i_L と電圧 v_C の振動が逆転することについて考察し, 位相 δ_{inv} の振動周波数や収束時間がキャパシタの容量に依存することを示した. また, 同期発電機における動揺現象の時間スケールに合わせて, キャパシタの容量を 10 mF と設定した. 受動性に基づく制御では, 状態変数である電流 i_L と電圧 v_C が目標値に追従することを確認し, 妥当性および有効性を示した. さらに, 制御ゲイン k_1 , k_2 の値による傾

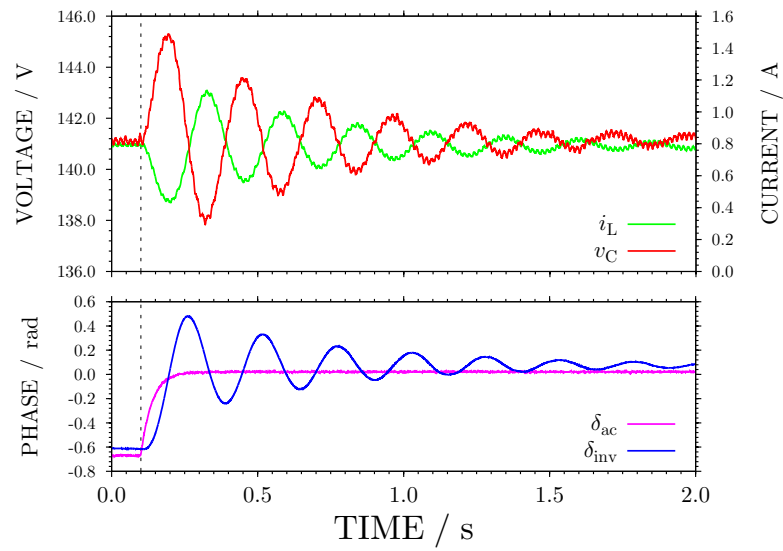


図 3.12: 実験における制御ゲイン $k_1 = 0.005$, $k_2 = 0.001$ に設定した場合のインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の時間発展

向を明らかにすることによって, 制御ゲイン k_1 , k_2 を決定する指針を与えた. この結果を受けて, 第 4 章以降では, $k_1 = 0.005$, $k_2 = 0.001$ と設定する.

第4章 瞬時電圧低下に対する分散型電源系統連系システムの耐性

本章では、瞬時電圧低下に対する分散型電源系統連系システムの耐性について議論する。まず、4.1 節で瞬時電圧低下について述べる。瞬時電圧低下という現象とそれに対する一般的な考え方や瞬時電圧低下の対策として進められている研究状況について説明する。この背景を受けて、本章で擾乱の対象とする瞬時電圧低下の規模について設定する。次に4.2 節で、数値計算による分散型電源系統連系システムの挙動について検討する。そして、その数値計算結果を4.3 節において実験により検証する。最後に4.4 節で本章の結果のまとめを述べる。本章では、配電系統側の瞬時電圧低下が負荷に与える影響を調べるため、負荷と配電系統側には配電線を介して接続する構成を考える。

4.1 瞬時電圧低下

本節では、擾乱として検討対象とする瞬時電圧低下について説明する。落雷により地絡事故が発生した場合、その異常除去までに数 10 ms から 2 s 以下程度の時間を要する。その際に、電圧が一時的に低下する現象が瞬時電圧低下である [67–69]。産業のエレクトロニクス化が進み、瞬時電圧低下により工場設備、電気機器、情報機器などへの影響が大きくなっている [69, 70]。瞬時電圧低下による影響を防止するためには、需要家側の対策が合理的であると言われている [68]。それゆえに、需要家側における対策装置の提案および開発が進められている [71–77]。文献 [71] では、電圧印加することにより電圧の変動を相殺することが提案されている。文献 [72] では、電力網の切り替え（系統連系と単独運転）によって、瞬時電圧低下とそれによる高調波を相殺できることを示している。文献 [73] では、電力品質調整の観点から、瞬時電圧低下を三段階で対策することをシミュレーションによって提案している。また、文献 [74] では、配電系統に接続した小規模の同期発電機の瞬時電圧低下に対する応答を検討し、無効電力の出力制限によって、

電圧の維持ができないことを示している。さらには、瞬時電圧低下には有効電力を抑え、無効電力を増加することによって対策する方がよいと示唆している。また、文献 [75–77] では、瞬時電圧補償装置の開発が進められている。さらに、分散型電源の系統連系に向けて、瞬時電圧低下が分散型電源系統連系システムに与える影響についての研究が進められている [13, 78, 79]。文献 [78, 79] では、瞬時電圧低下時の分散型電源を含む電力系統の動態安定性について検討している。また、瞬時電圧低下が太陽光発電と風力発電に与える影響を実験的に検討し、瞬時電圧低下の電圧低下率 (20–80%) と瞬低継続時間 (5 ms–0.5 s) に対する PCS の特性評価が行われている [13]。

瞬時電圧低下の規模は、電圧低下率と継続時間によって決まる [67–69]。現在使用されている PCS では、FRT (Fault Ride Through) 要件^(a)と比較すると、要件を満足するものがないことが指摘されている [13]。そこで本章では、定常状態から $t = 0.1$ に電圧振幅が 50 % または 10 % に低下し、約 1 秒後に電圧振幅が回復する瞬時電圧低下を検討対象とする。そして、電圧振幅が 50 % の場合は、瞬時電圧低下中にも運転を継続することを示す。さらに、電圧振幅が 10 % の場合は、瞬時電圧低下回復後 2 秒以内には収束して、運転を継続することができることを示す。

4.2 数値的検討

本節では、瞬時電圧低下による分散型電源系統連系システムの動作について数値的に検討する。そして、瞬時電圧低下に対して擾乱除去後には、電流と電圧が目標値に追従し、系統連系の維持が可能であることを示す。さらに、電力授受の観点から瞬時電圧低下に対する過渡挙動について考察する。また、数値計算は第 3 章と同様に全て C 言語によるプログラムおよびコンパイラ GNU Compiler Collection (GCC) を用いて行う。数値計算の時間刻み幅は $(1/f_1)/10^4$ とし、4 次の Runge-Kutta 法を用いて計算する。しかし計算データが膨大となるために、結果は 5.5×10^4 ステップ毎のデータを示す。

数値計算結果を図 4.1 から図 4.4 に示す。図 4.1 は、各状態変数の挙動を示す。上下の図にインダクタ電流 i_L 、キャパシタ電圧 v_C 、位相 δ_{ac} , δ_{load} , δ_{inv} の時間発展を示す。中央の図に配電系統の電圧 v_{ac} を示し、擾乱として対象とする瞬時電圧低下の様子を表す。ここで位相 δ_{load} は、インバータの出力電圧の振幅と位相を v_C , δ_{inv} とし、系統をフェー

^(a) 系統事故による電圧、周波数の変動に対し運転を継続し、系統の安定を保つ能力 [80]

ザで表示した場合に算出される負荷の位相を表す。次に図 4.2 は、図 4.1 の結果を $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面に表示したものである。緑色の点が定常状態、赤色の軌跡が瞬時電圧低下中、青色の軌跡が瞬時電圧低下回復後の状態に対応する^(b)。さらに、それぞれの場合における有効電力の挙動を図 4.3 に示す。有効電力はフェーズから算出する。そのため、電圧振幅が不連続に変化するタイミングでは、有効電力が不連続に変化するように見える。最後に、図 4.4 に (δ_{inv}, P) 断面上での挙動を示す。この図において、緑色の点が定常状態、赤色の軌跡が瞬時電圧低下中、青色の軌跡が瞬時電圧低下回復後の状態に対応する。橙色および水色の実線は、インバータおよび配電系統の電圧振幅が一定の場合の δ - P 曲線を表す。橙色の実線が通常の場合、つまり配電系統の電圧振幅 $\bar{V}_{ac} = 1.0$ pu の場合を示す。水色の実線が瞬時電圧低下中、つまり配電系統の電圧振幅 $\bar{V}_{ac} = 0.5$ pu または 0.1 pu の場合を示す。

瞬時電圧低下直後の挙動について考察する。図 4.1 に示す通り、 $t = 0.1$ 直後に連系点の電圧振幅が低下し、配電系統側からの電力供給が減少する。このとき、分散型電源側から電力の不足分を供給するために、キャパシタに蓄積されているエネルギーを消費する。そのため、キャパシタ電圧 v_C が減少する。キャパシタ電圧 v_C が減少することにより、ブーストコンバータのインダクタにおける電圧が相対的に増加するため、式 (2.14) にしたがって、インダクタ電流 i_L が増加する。一方、キャパシタ電圧 v_C の減少により、位相 δ_{inv} は式 (2.48) にしたがって、減少する。

$t = 0.4$ 以降の動作について図 4.1(a) に注目する。図 4.1(a) では、 $0.1 < t < 0.4$ の動作後、位相 δ_{inv} の減少によってインバータの出力電力が減少する。そのため、ブーストコンバータから送られるエネルギーがキャパシタに蓄えられ、キャパシタ電圧 v_C が増加する。 $0.1 < t < 0.4$ と逆の動作をするので、インダクタ電流 i_L が減少し、位相 δ_{inv} が増加する。この一連の動作を繰り返すことにより、 $t = 1.0$ あたりでは、位相が -0.4 rad 付近で振動が収まり、電流と電圧は元の定常状態と同じ値に収束する。この結果から、瞬時電圧低下時にも電流と電圧が目標値に追従することがわかる。またこのとき、負荷と連系点電圧の位相差 $\delta_{ac} - \delta_{load}$ は元の定常状態よりも増加し、配電系統から負荷へ供給する電力が増加している。一方、インバータと負荷の位相差 $\delta_{inv} - \delta_{load}$ は、元の定常

^(b) 図 4.2 における $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面は、円筒座標系を用いている。すなわち、 $\delta_{inv} = \pm\pi$ の断面で一致する。図 4.2(b) において、 $\omega_{inv} = -11$ の箇所では δ_{inv} が $-\pi$ から π に移る。次に $\omega_{inv} = -14$ の箇所では再び δ_{inv} が $-\pi$ から π に移る。3 回目は 2 回目とほとんど同じ箇所では δ_{inv} が $-\pi$ から π に移る。ここで、 δ_{inv} が移ってすぐに青色の軌跡に変わる。後述の図 4.6 も同様である。

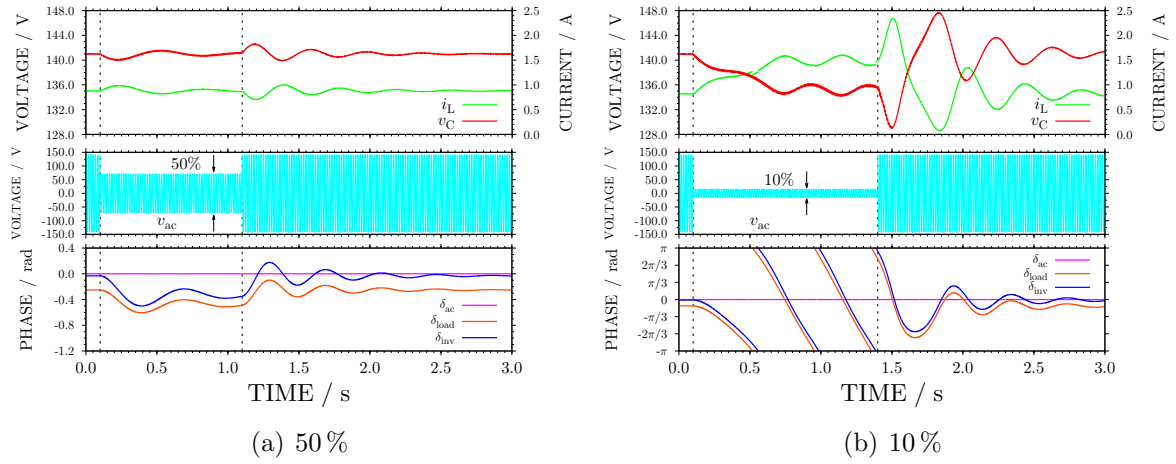


図 4.1: 数値計算におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 配電系統の電圧 v_{ac} , 位相 δ_{ac} , δ_{load} , δ_{inv} の時間発展. (a) 瞬時電圧低下の電圧値が 50 % の場合 (b) 瞬時電圧低下の電圧値が 10 % の場合.

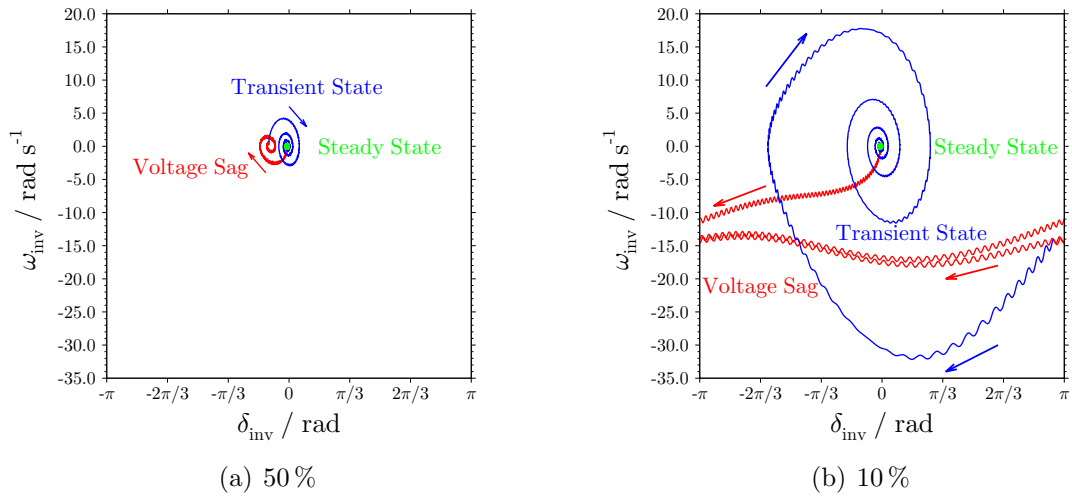


図 4.2: 数値計算における $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面上での挙動. 緑色の点が定常状態, 赤色の軌跡が瞬時電圧低下中, 青色の軌跡が瞬時電圧低下回復後の状態に対応する. (a) 瞬時電圧低下の電圧値が 50 % の場合 (b) 瞬時電圧低下の電圧値が 10 % の場合. $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面は, 円筒座標系を用いている. すなわち, 位相 $\delta_{inv} = \pm\pi$ で一致する.

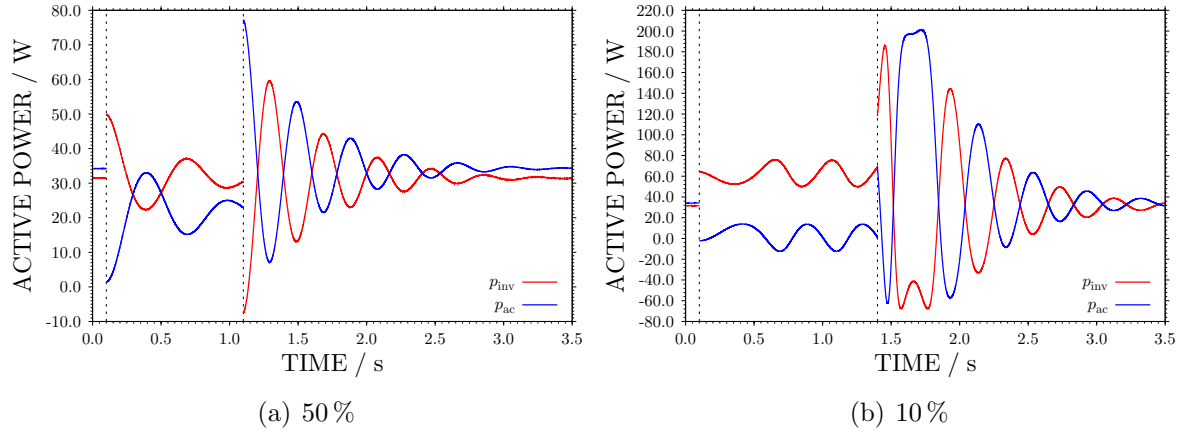


図 4.3: 数値計算における有効電力の挙動. 赤色の実線がインバータからの出力有効電力, 青色の実線が配電系統からの出力有効電力を表す. (a) 瞬時電圧低下の電圧値が 50 % の場合 (b) 瞬時電圧低下の電圧値が 10 % の場合.

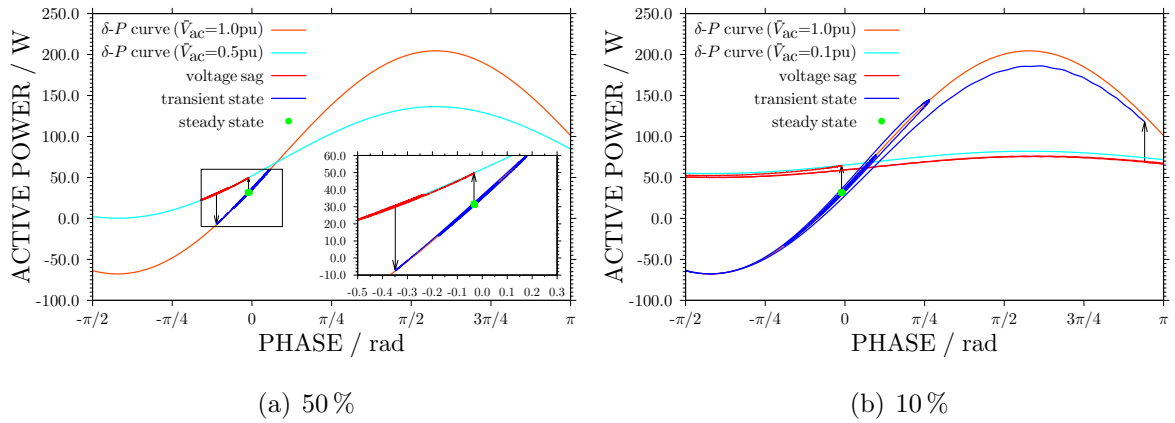


図 4.4: 数値計算における (δ_{inv}, P) 断面上での挙動. 緑色の点が定常状態, 赤色の軌跡が瞬時電圧低下中, 青色の軌跡が瞬時電圧低下回復後の状態に対応する. 橙色および水色の実線は, インバータおよび配電系統の電圧振幅が一定の場合の δ - P 曲線を表す. 橙色の実線が配電系統の電圧振幅 $\bar{V}_{ac} = 1.0$ の場合, 水色の実線が配電系統の電圧振幅 $\bar{V}_{ac} = 0.5, 0.1$ の場合をそれぞれ示す. (a) 瞬時電圧低下の電圧値が 50 % の場合 (b) 瞬時電圧低下の電圧値が 10 % の場合.

状態と変化していない。すなわちこの動作により、インバータは出力電力を変えず系統連系を維持している。実際、図 4.3(a) において、瞬時電圧低下中では、インバータの出力有効電力 p_{inv} が元の値に収束しつつあることが確認できる。これは、式 (2.48) によってインバータが同期発電機と同じ振る舞いを実現していることを意味する。図 4.2(a) においても、位相 δ_{inv} とその時間微分 ω_{inv} の変化の様子が確認できる。さらに図 4.1(a) の結果から、瞬時電圧低下回復後、位相 δ_{inv} が 2 秒程度で収束している。同期発電機の機械的な振動による位相の変動は数秒程度の挙動を示す [65, 66]。式 (2.48) を用いた設定は、振動時間の観点からも同期発電機の特性を持つインバータであることがわかる。

一方、図 4.1(b) では、瞬時電圧低下時は電圧の減少に伴い、位相が収束せずに減少し続けている。これは、同期発電機の脱調のアナロジーで説明できる。図 4.3(b) において、瞬時電圧低下中では、インバータからの出力有効電力が定常状態の値を超過する。また、配電系統の出力電力が正負に振動することから、電力が配電系統側を行き来することがわかる。瞬時電圧低下時に配電系統の連系点電圧に合わせた電力調整が可能な位相 δ_{inv} が定まらないことを表している。しかしながら、本システムは瞬時電圧低下回復後に電流と電圧が目標値へ追従し、位相同期方式による配電系統への系統連系を再び達成している。

さて、図 4.2(b) において、解の軌跡が上下に小刻みに振動している。これは、電圧 v_C の微分方程式に $q_2 i_{tr1}$ の項が含まれていることに起因する。 q_2 と i_{tr1} はそれぞれ 60 Hz の主成分を持っており、その積は一定値と 120 Hz の和になる。よって、この 120 Hz の振動成分が現れたものと考えられる。実際、図 4.1(b) の電圧 v_C の波形を拡大すると 120 Hz で振動していることが確認できる。この振動振幅は 1 V 以下であるので、電圧 v_C の基準値 141 V に対して 0.7% 以下となる。高圧および低圧配電系統の電圧における総合ひずみ率は 5% が抑制目標であるので、この高調波成分は十分に小さいと言える。

次に、図 4.4 の動作について考察する。図 4.4(a) において、瞬時電圧低下が発生すると、橙色の δ - P 曲線上の定常状態 (緑色の点) から水色の δ - P 曲線に移る。その後、瞬時電圧低下中は水色の δ - P 曲線上で振動して、定常状態と同じ出力電力の値に収束する。そして、瞬時電圧低下が回復して再び、橙色の δ - P 曲線に移る。図 4.4(b) では、同様に瞬時電圧低下発生後、水色の δ - P 曲線に移る。図 4.4(a) とは異なり、 δ - P 曲線が元の定常状態における出力電力に相当する値を有していない。そのため、収束できずに

位相 δ_{inv} が減少し続ける。このとき、 δ - P 曲線を下回る箇所に赤色の軌跡がある。これは、インバータの出力電圧振幅に相当する v_C が 141 V より減少するからである。同様の理由から、瞬時電圧低下回復後、橙色の δ - P 曲線を下回る箇所から軌跡を描く。

以上の結果から、瞬時電圧低下に対して擾乱除去後に、電流と電圧が目標値に追従し、系統連系の維持する可能性を示した。さらに、位相と電力の挙動について、収束と振動の傾向を検討した。次節では、本節の結果を実験的に検証する。

4.3 実験的検証

本節では、瞬時電圧低下が発生した場合における挙動を実験的に検証する。そのためにまず、製作した実験システムの条件について説明する。次に各状態変数の過渡挙動が数値計算結果と定性的かつ定量的に一致することを示す。

はじめに実験条件について説明する。回路構成は、図 2.17 に示す通りであり、実験条件に前節の数値計算の条件を同じに設定している。前節の数値計算では、瞬間的に連系点の電圧振幅が切り替わっているが、連系点の電源を模擬する精密電力増幅器 (4502, NF 社製, 250 VA) の応答速度により 0.5 秒程度の遅れがある。なお実験結果は、第 3 章と同様に付録 D.2 のデータの平滑化を行う。

次に、前節の数値計算結果と対応する実験結果を示す。図 4.5 に各状態変数の時間発展の結果を示し、図 4.6 は図 4.5 の結果を $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面に表示している。実験結果から、負荷の電圧位相 δ_{load} を算出することは困難であったため、ここでは省略する。これらの結果から図 4.1, 4.2 の結果と定性的かつ定量的に一致することが確認できる。これより、本論文で提案した受動性に基づく制御および位相同期方式が、瞬時電圧低下に対して系統連系が維持可能である制御手法であることを実験的に確認した。

また、図 4.5 の位相 δ_{inv} の収束値が数値計算結果の図 4.1 と異なる。これは、数式モデルにおけるスイッチが無損失であるという仮定による差異であると考えられる。フィルタを含めたインバータによる損失は 30 W 程度あることを確認している。そのため、インバータからの出力電力が数値計算の結果より小さくなる。これにともない、位相が数値計算と比較して相対的に小さくなる。

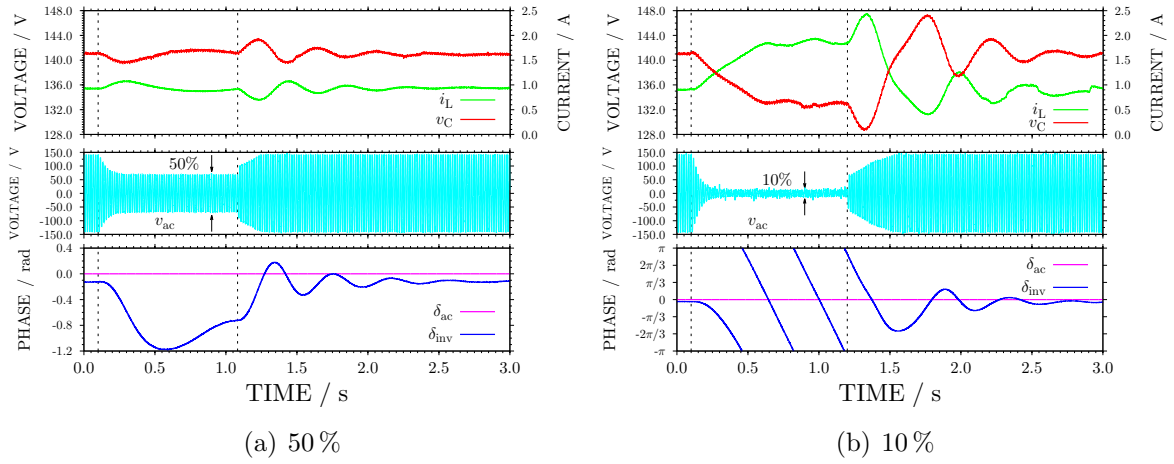


図 4.5: 実験におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 配電系統の電圧 v_{ac} , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の時間発展. 擾乱としての瞬時電圧低下は, 配電系統の電圧 v_{ac} を模擬する精密電力増幅器 (4502, NF 社製, 250 VA) の応答時間分だけ遅れている. (a) 瞬時電圧低下の電圧値が 50 % の場合 (b) 瞬時電圧低下の電圧値が 10 % の場合.

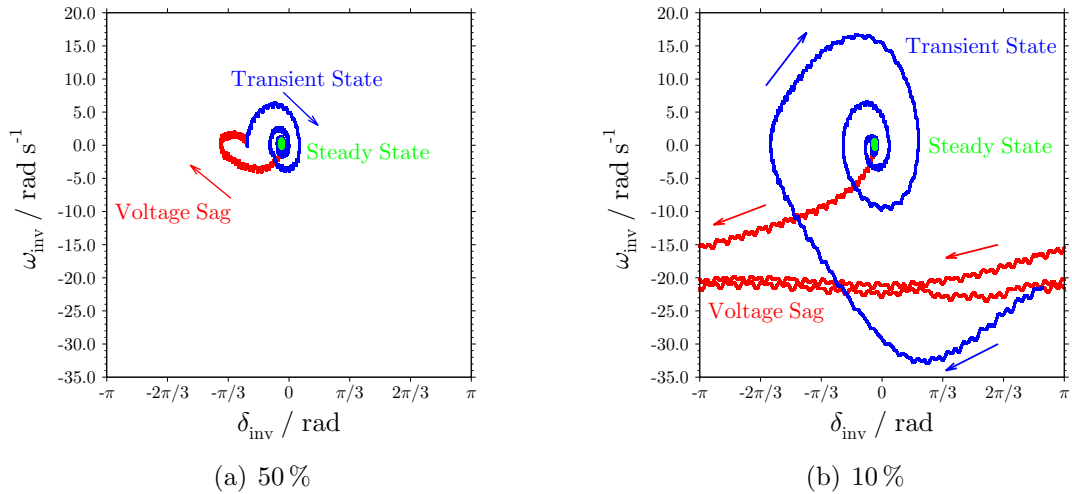


図 4.6: 実験における $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面上での挙動. 緑色の点が定常状態, 赤色の軌跡が瞬時電圧低下中, 青色の軌跡が瞬時電圧低下回復後の状態に対応する. (a) 瞬時電圧低下の電圧値が 50 % の場合 (b) 瞬時電圧低下の電圧値が 10 % の場合. $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面は, 円筒座標系を用いている. すなわち, 位相 $\delta_{inv} = \pm\pi$ で一致する.

4.4 まとめ

本章では、分散型電源系統連系システムの瞬時電圧低下に対する系統連系の維持に関する耐性について検討した。電圧低下率の低い場合では、瞬時電圧低下中にもかかわらず、受動性に基づく制御によって目標値への追従を達成し、位相同期方式を用いて系統連系を維持できることを数値的に示し、実験において検証した。さらに、瞬時電圧低下の電圧値が10%の場合には、瞬時電圧低下中には系統連系を維持することはできないが、瞬時電圧低下回復2秒後には再び定常状態への復帰が可能であることを示した。これらの結果によって、受動性に基づく制御と位相同期方式が、瞬時電圧低下に対して分散型電源系統連系システムが系統連系の維持能力を持つ有効な手法となりうることを示した。

第5章 負荷変動に対する挙動

本章では、接続する負荷 R_{load} の抵抗値が変化した場合における分散型電源系統連系システムの挙動について検討する。まず 5.1 節で、擾乱として対象とする負荷変動について述べる。次に 5.2 節で、数値計算による分散型電源系統連系システムの挙動について検討する。負荷変動が生じた場合に、位相同期方式により電力バランスに合わせてインバータの位相を自律的に調節して系統連系を維持し、受動性に基づく制御により目標値追従できることを数値的に示す。そして、その数値計算結果を 5.3 節において実験により検証する。特に、実験結果における電圧 v_C の脈動について、数値計算結果との差異を考察する。最後に 5.4 節で本章の結果のまとめを述べる。

また本章では、数値計算条件およびパラメータ設定を第4章と同一のものとする。数値計算は全てC言語によるプログラムおよびコンパイラ GNU Compiler Collection (GCC) を用いて行う。数値計算の時間刻み幅は $(1/f_1)/10^4$ とし、4 次の Runge-Kutta 法を用いて計算する。数値計算結果は、データ量の兼ね合いから、 1.1×10^4 ステップ毎のデータを示す。さらに、分散型電源として模擬する直流電圧源を $E_s = 55.2$ とし、負荷と配電系統の間には配電線がある構成を考える。

5.1 負荷変動

本節では負荷変動について説明する。ここでいう負荷変動とは、系統事故などの大きな擾乱ではなく、日常的に負荷を使用するタイミングに合わせて切り替えることによって発生する、負荷抵抗値の変化のことである。そして、負荷変動として、抵抗値 R_{load} が増加する場合と減少する場合を想定する。負荷変動の概念を図 5.1 に示す。抵抗値が増加する場合は、二つ接続していた負荷が一つ切り離した状況を意味し、抵抗値が減少する場合は、新たに一つ負荷が追加された状況を意味する。抵抗器一つ一つが同じオーダーであると考え、負荷変動は 2 倍、 $1/2$ 倍になる。そこで、基準となる負荷抵抗値

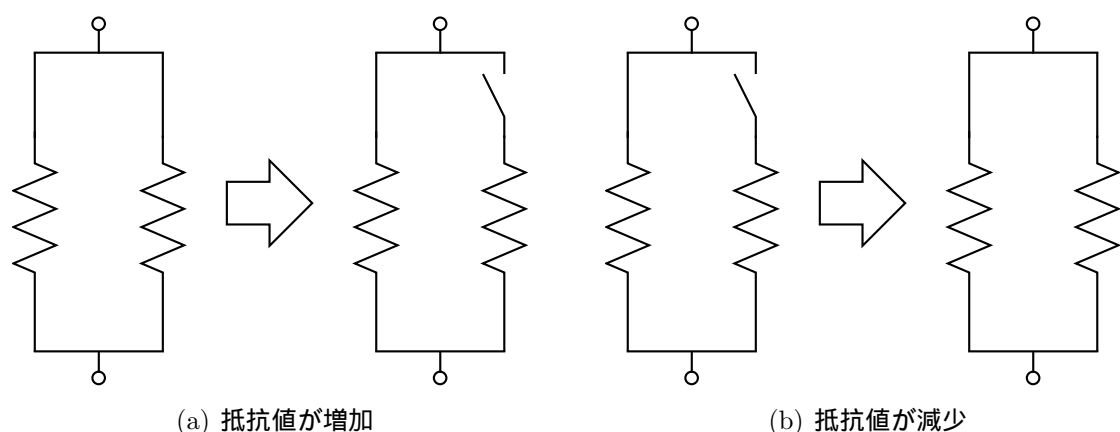


図 5.1: 負荷変動の概念. (a) 抵抗値が増加する場合 (b) 抵抗値が減少する場合.

である $R_{\text{load}} = 147.6 \Omega$ から, 約 2 倍となる 286.9Ω , 約 $1/2$ 倍となる 53.3Ω に切り替わるという負荷変動を想定する. 抵抗値が正確に 2 倍, $1/2$ 倍となっていない理由は, 5.3 節において作成する合成抵抗の値に合わせているからである. 次節では, このような負荷変動に対して, 目標値追従を達成し, 系統連系を維持できることを数値計算によって示す.

5.2 数値的検討

本節では, 配電系統と分散型電源に接続した負荷が変動した場合における分散型電源系統連系システムの挙動を数値的に検討する. 特に, 負荷変動後における各状態変数の目標値追従とインバータにおける位相の推移に注目する.

数値計算結果を図 5.2 から図 5.5 に示す. 図 5.2 は, 各状態変数の挙動を示す. 上図にインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 下図に位相 δ_{ac} , δ_{load} , δ_{inv} の時間発展をそれぞれ示す. ここで位相 δ_{load} は, 第 4 章と同様に, インバータの出力電圧の振幅と位相を v_C , δ_{inv} とし, 系統のフェーズから算出される負荷の位相を表す. ここでは, 時刻 $t = 0.1$ において負荷抵抗 R_{load} が切り替わることを想定する. 次に図 5.3 は, 図 5.2 の結果を $(\delta_{\text{inv}}, \omega_{\text{inv}})$ 断面に表示したものである. 赤色の軌跡が 147.6Ω から 286.9Ω へ変化する場合, 青色の軌跡が 147.6Ω から 53.3Ω へ変化する場合に対応する. 初期値 $(-0.02, 0)$ から, 負荷変動後の新たな位相に収束している. さらに, それぞれの場合における有効電力の挙動を図 5.4 に示す. 有効電力はフェーズから算出する. そのため, 電圧振幅が

不連続に変化するタイミングでは、有効電力が不連続に変化するように見える。最後に、図 5.5 に (δ_{inv}, P) 断面上の挙動を示す。この図において、緑色の点が定常状態、青色の軌跡が過渡状態に対応する。橙色および水色の実線は、インバータおよび配電系統の電圧振幅が一定の場合の δ - P 曲線を表す。橙色の実線が負荷変動前、水色の実線が負荷変動後の場合を示す。

図 5.2 において、インバータの位相の振動が収束したときに、インダクタ電流 i_L とキャパシタ電圧 v_C が目標値である元の定常状態に収束している。この結果から、負荷変動に対して電流と電圧が、受動性に基づく制御によって、目標値へ追従することが確認できる。また、位相 δ_{inv} が 2 秒程度で収束している。この結果から、式 (2.48) を用いたインバータは、負荷変動に対する振動収束時間の観点から、同期発電機と同様に振る舞うインバータであることがわかる。

さて、次にそれぞれの挙動や位相の収束値について考察を加える。図 5.2(b) における負荷変動直後の挙動について考える。この結果は、負荷抵抗が減少した場合である。この負荷変動は、並列の負荷が追加されたことを想定している。そのため、負荷が変動した瞬間から、負荷で消費する電力が増加することになる。このとき、負荷に接続するインバータと配電系統の電力が増加することになる。実際、図 5.4(b) の $t = 0.1$ において、双方からの電力が瞬間的に増加していることが確認できる。さらにこれは、図 5.5(b) において、負荷変動後の δ - P 曲線に移ることに対応する。ここで、インバータの出力電力を増加するために、キャパシタに蓄積されたエネルギーを放出する。その結果、エネルギーを放出する分のキャパシタ電圧 v_C が減少する。さらに、キャパシタ電圧 v_C の減少により、インダクタの両端の電位差が高くなるので、インダクタ電流 i_L が増加する。これは、エネルギーの観点から見れば、キャパシタの蓄積エネルギーを補うようにインダクタのエネルギーが増加することになる。一方、キャパシタ電圧 v_C の減少にともない、式 (2.48) の位相同期方式により、位相の時間微分 ω_{inv} がマイナスになる。そして、位相 δ_{inv} が減少する。ここまでの、負荷変動直後である $t = 0.1$ から $t = 0.2$ の動作である。次に位相 δ_{inv} が減少すると出力電力が減少する。この場合には、負荷で消費するエネルギーの一部がキャパシタに蓄積される。そのため、キャパシタ電圧 v_C が増加する。さきほどとは逆に、キャパシタ電圧 v_C が増加したので、インダクタの両端の電位差は低くなる。そのため、インダクタ電流 i_L が減少する。図 5.2(a) においては、同様の理由から増

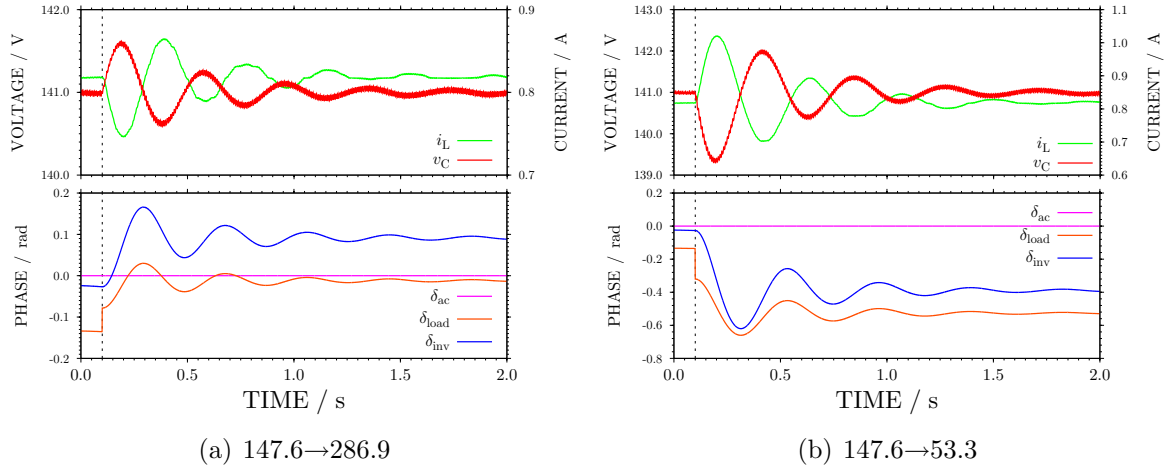


図 5.2: 数値計算におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{ac} , δ_{load} , δ_{inv} の時間発展. (a) 147.6 Ω から 286.9 Ω へ変化する場合 (b) 147.6 Ω から 53.3 Ω へ変化する場合.

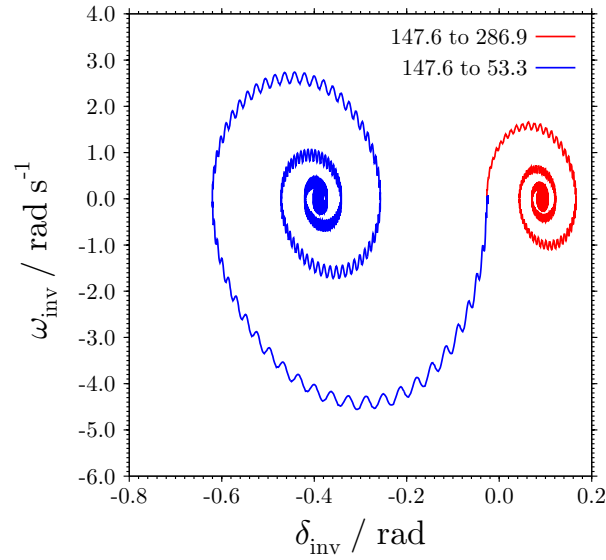


図 5.3: 数値計算における $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面上での挙動. 赤色の軌跡が 147.6 Ω から 286.9 Ω へ変化する場合, 青色の軌跡が 147.6 Ω から 53.3 Ω へ変化する場合に対応する.

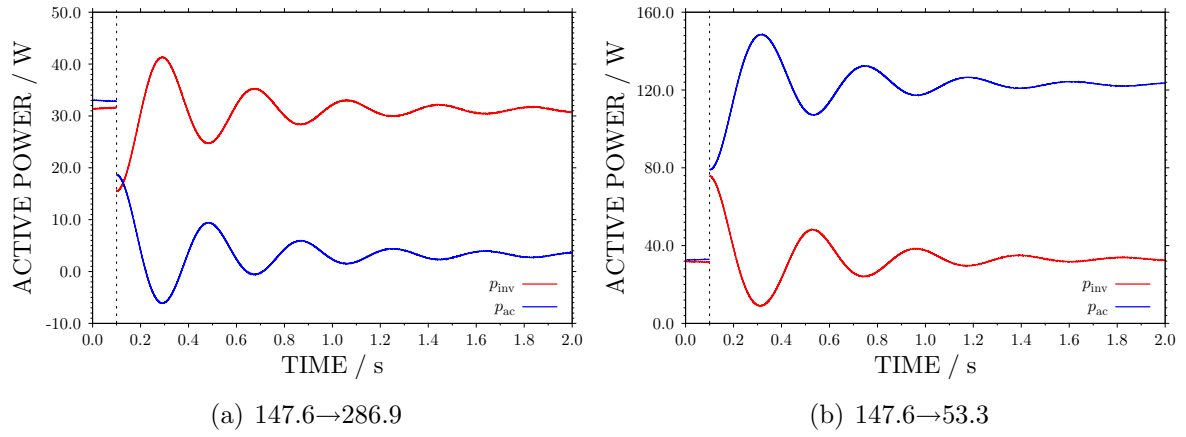


図 5.4: 数値計算における有効電力の挙動. 赤色の実線がインバータからの出力有効電力, 青色の実線が配電系統からの出力有効電力を表す. (a) 147.6Ω から 286.9Ω へ変化する場合 (b) 147.6Ω から 53.3Ω へ変化する場合.

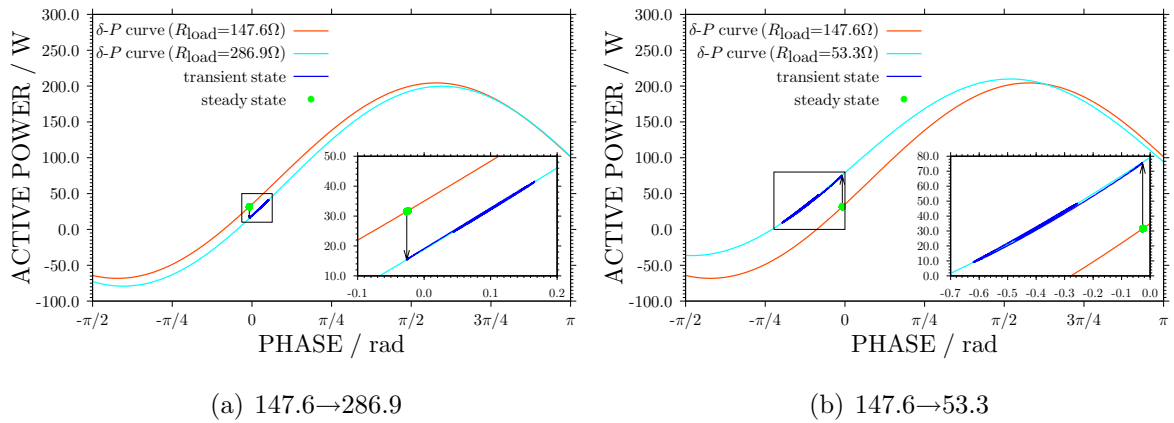


図 5.5: 数値計算における (δ_{inv}, P) 断面上での挙動. 緑色の点が定常状態, 青色の軌跡が負荷変動後の状態に対応する. 橙色および水色の実線は, δ - P 曲線を表す. 橙色の実線が負荷変動前, 水色の実線が負荷変動後の場合をそれぞれ示す. (a) 147.6Ω から 286.9Ω へ変化する場合 (b) 147.6Ω から 53.3Ω へ変化する場合.

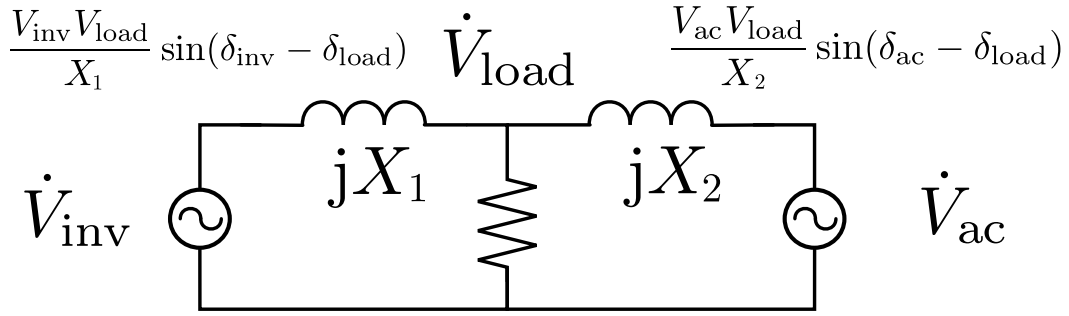


図 5.6: インバータと配電系統が負荷に接続した系統の簡易図

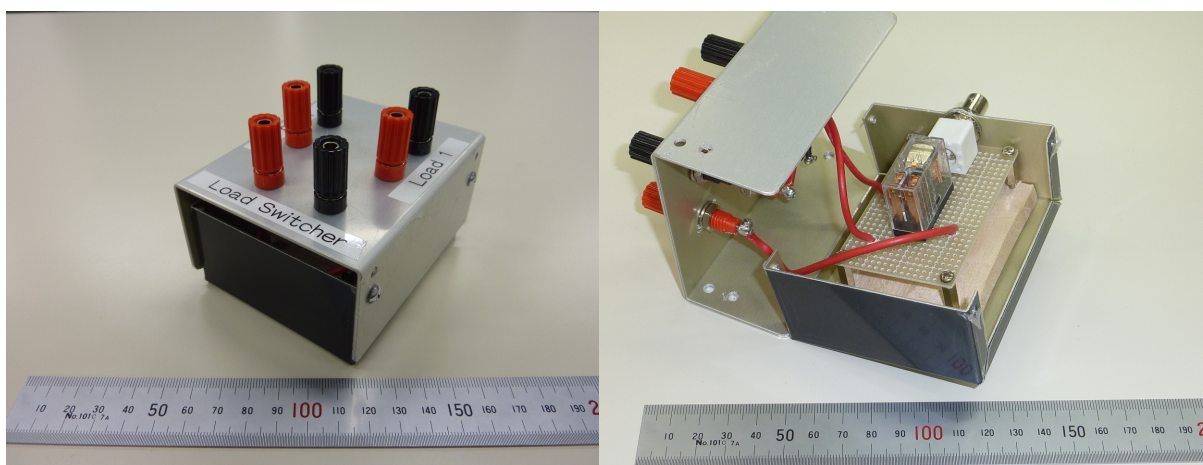
減が逆の振る舞いが確認できる. このような一連の動作を繰り返して, それぞれの状態変数の値が定常値に収束する. 以上の過程から, 負荷変動直後の挙動が説明できる.

次に, 図 5.2 において, インバータの位相が負荷変動後に異なる値に収束することに注目する. 負荷は, インバータ側と配電系統側とから電力が供給されている. 図 5.6 に, インバータと配電系統が負荷に接続した系統の簡易図を示す. ここでは簡単のため, リアクトル成分のみを介して接続する図を示す. この場合, それぞれが送る電力 p_{inv} , p_{ac} は, 以下のように書き表せる.

$$p_{inv} = \frac{V_{inv} V_{load}}{X_1} \sin(\delta_{inv} - \delta_{load}), \quad p_{ac} = \frac{V_{ac} V_{load}}{X_2} \sin(\delta_{ac} - \delta_{load})$$

ここでは, フェーザ表示 $\dot{V}_{inv} = V_{inv} e^{j\delta_{inv}}$, $\dot{V}_{load} = V_{load} e^{j\delta_{load}}$, $\dot{V}_{ac} = V_{ac} e^{j\delta_{ac}}$ を用いている. 電圧の実効値がほぼ一定だとすると, 送る電力は位相差によって決まる. 負荷変動によって, 負荷で消費する電力が変化する. このとき, インバータの出力電力は入力電力とつり合う, すなわち一定になるように動く. そのゆえにインバータと負荷の位相差はほぼ変わらない. 一方, 負荷で消費する電力が増減すれば, 配電系統から負荷へ供給する電力をその分だけ増減することになる. そのため, 配電系統と負荷の位相差を増減する必要がある. そこで, インバータの位相が増減することによって, 相対的に配電系統と負荷の位相差が増減する. 図 5.4 において, 負荷変動後に配電系統からの電力が増減して, インバータからの電力は一定の値に収束することが確認できる. これらの結果は, 負荷変動が発生した場合に, インバータが自律的に適切な位相を決定して, 系統連系が継続可能であることを示している.

さて, 図 5.3 において, 解の軌跡が上下に小刻みに振動している. これは, 第 4 章で考



(a) 概観

(b) 内部構造

図 5.7: パワーリレーを用いた負荷切り替え器の写真

察したことと同様に、キャパシタ電圧 v_C の微分方程式に $q_2 i_{tr1}$ の項が含まれているからである。実際、図 5.2 の電圧 v_C の波形を拡大すると 120 Hz で振動していることが確認できる。

5.3 実験的検証

本節では、負荷変動における動作を実験的に検証する。そのためにまず、負荷変動を実現するために製作した負荷切り替え器について説明する。次に各状態変数の過渡挙動が数値計算結果と定性的かつ定量的に一致することを示す。

5.3.1 負荷切り替え器

本項では、負荷変動を模擬するために製作した負荷切り替え器について説明する。負荷変動は、5.1 節で説明したとおり、並列負荷の追加および削減した場合のことを意味する。実験系において、手動で機械スイッチによる負荷の追加および削減を行うと、感電の危険や切り替えの時間などの問題が発生する。そのため、本実験ではあらかじめ 2 つの負荷を用意し、その 2 つを切り替えるという方法を用いる。

図 5.7 に負荷切り替え器の写真を示す。分散型電源系統連系システムの負荷 R_{load} が、図 5.7(a) の正面の端子に相当する。そして、左右の 2 組の端子に切り替える負荷を接続

する。本章の場合では、 $147.6\ \Omega$ と $286.9\ \Omega$ 、または、 $147.6\ \Omega$ と $53.3\ \Omega$ である。

この負荷切り替え器には、パワーリレー (G2R-2(5VDC), Omuron 社製) を用いる。図 5.7(b) の内部にある直方体の素子がパワーリレーである。このパワーリレーは、一次側のコイルに直流 5 V を印加することにより、スイッチが機械的に切り替わるものである。そして、この 5 V とスイッチは絶縁されている。そのため、信号回路にパワー回路の影響は生じない^(a)。さらに、信号回路における操作なので、高電圧の感電を回避できる。

この負荷切り替え器を用いて、次項で実験により 5.2 節の数値計算結果を検証する。

5.3.2 実験結果

本項では、5.2 節の数値計算結果と対応する実験結果を示す。なお、実験結果は第 3 章と同様に付録 D.2 に示したデータの平滑化を行う。

実験計算結果を図 5.8 から図 5.11 に示す。図 5.8 は、各状態変数の挙動を示す。上図にインダクタ電流 i_L 、キャパシタ電圧 v_C 、下図に位相 δ_{ac} 、 δ_{inv} の時間発展をそれぞれ示す。次に図 5.9 は、図 5.8 の結果を $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面に表示したものである。赤色の軌跡が $147.6\ \Omega$ から $286.9\ \Omega$ へ変化する場合、青色の軌跡が $147.6\ \Omega$ から $53.3\ \Omega$ へ変化する場合に対応する。図 5.10 に有効電力の挙動を示す。最後に、図 5.11 に (δ_{inv}, P) 断面上の挙動を示す。この図において、緑色の点が定常状態、青色の軌跡が過渡状態に対応する。橙色および水色の実線は、インバータおよび配電系統の電圧振幅が一定の場合の δ - P 曲線を表す。橙色の実線が負荷変動前、水色の実線が負荷変動後の場合を示す。

図 5.8 の結果と数値計算結果である図 5.2 を比較すると、それぞれの時間発展が、位相の定常値を除いて定性的かつ定量的にほぼ一致することを示している。位相の定常値が数値計算の結果と一致しない理由に関しては、第 4 章に述べたとおりである。数式モデルでは、スイッチが無損失と仮定しているが、実験におけるフィルタを含めたインバータの損失は 30 W 程度ある。そのため、インバータの出力電力が数値計算の結果より小さくなる。これにともない、位相が数値計算と比較して相対的に小さくなる。

また図 5.9 における脈動について考察する。前節の数値計算結果の図 5.3 と比較して、図 5.9 の上下振動の形状が異なることがわかる。上下振動は、電圧 v_C の振動であるので、電圧 v_C の時間波形と微分方程式に注目する。図 5.12 に図 5.8(b) における電圧 v_C

^(a) 図 2.25 の中央がアナログ信号回路、上がパワー回路に相当する。

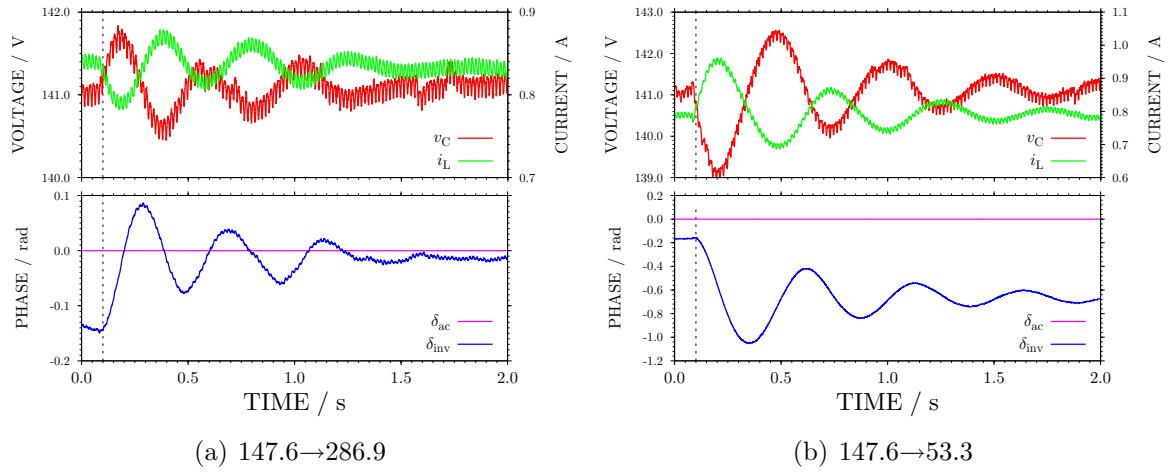


図 5.8: 実験におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{ac} , δ_{inv} の時間発展.
 (a) 147.6Ω から 286.9Ω へ変化する場合 (b) 147.6Ω から 53.3Ω へ変化する場合.

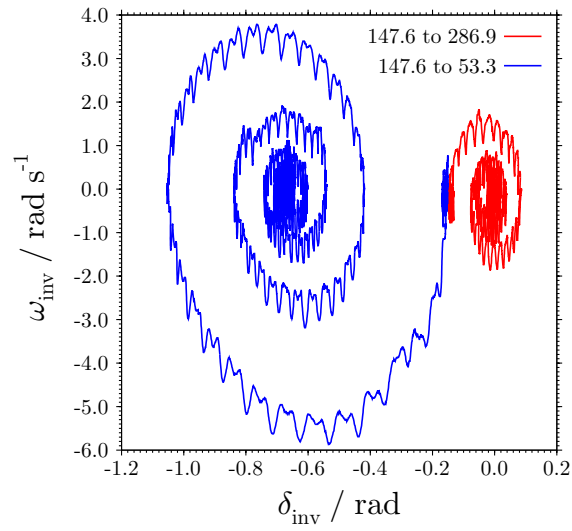
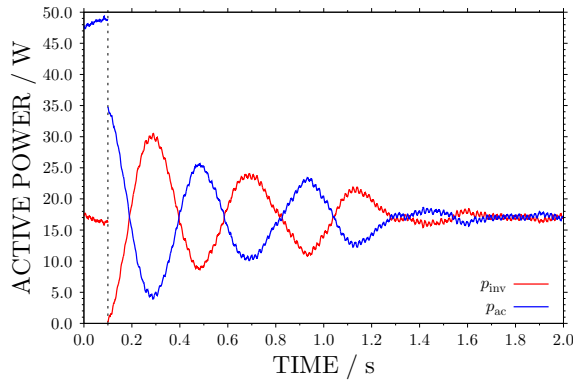
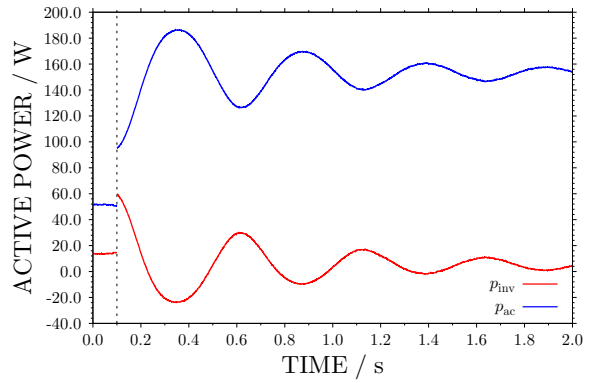


図 5.9: 実験における $(\delta_{inv}, \omega_{inv})$ 断面上での挙動. 赤色の軌跡が 147.6Ω から 286.9Ω へ変化する場合, 青色の軌跡が 147.6Ω から 53.3Ω へ変化する場合に対応する.

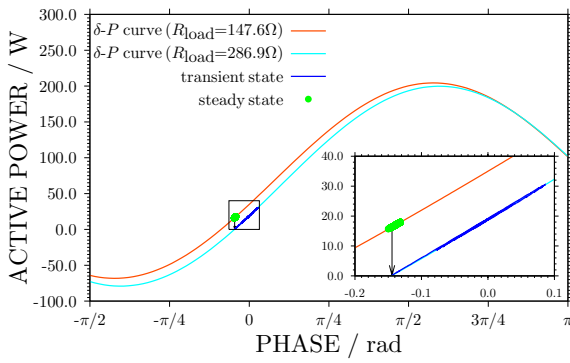


(a) 147.6→286.9

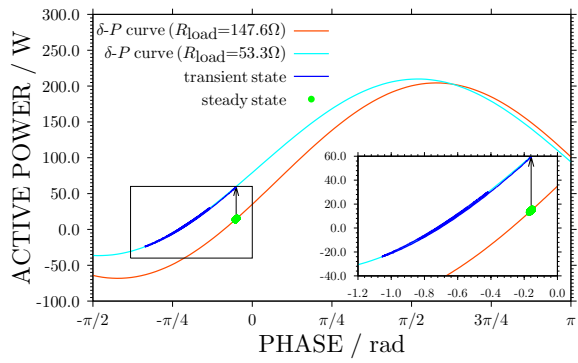


(b) 147.6→53.3

図 5.10: 実験における有効電力の挙動. 赤色の実線がインバータからの出力有効電力, 青色の実線が配電系統からの出力有効電力を表す. (a) 147.6 Ω から 286.9 Ω へ変化する場合 (b) 147.6 Ω から 53.3 Ω へ変化する場合.



(a) 147.6→286.9



(b) 147.6→53.3

図 5.11: 実験における (δ_{inv}, P) 断面上での挙動. 緑色の点が定常状態, 青色の軌跡が負荷変動後の状態に対応する. 橙色および水色の実線は, δ - P 曲線を表す. 橙色の実線が負荷変動前, 水色の実線が負荷変動後の場合をそれぞれ示す. (a) 147.6 Ω から 286.9 Ω へ変化する場合 (b) 147.6 Ω から 53.3 Ω へ変化する場合.

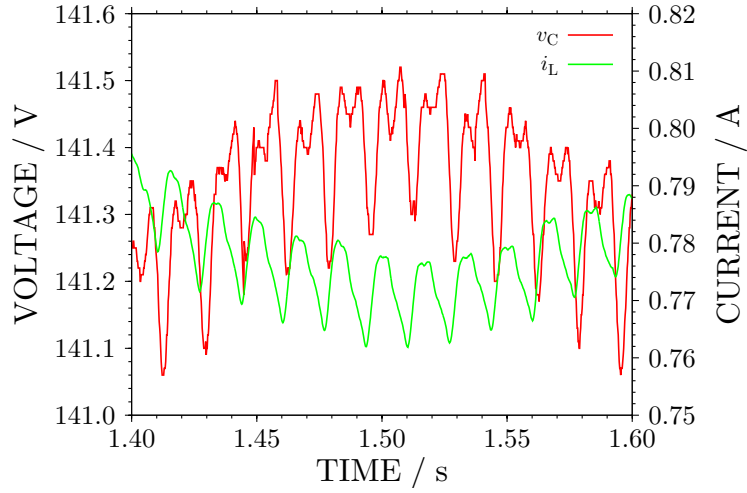


図 5.12: 図 5.8(b) のキャパシタ電圧 v_C およびインダクタ電流 i_L の拡大図. キャパシタ電圧 v_C には 60 Hz と 120 Hz の脈動, インダクタ電流 i_L には 60 Hz の脈動が確認できる. キャパシタ電圧 v_C の脈動の最大振幅は, 0.25 V, インダクタ電流 i_L の脈動の最大振幅は, 0.015 A である.

と電流 i_L の拡大図を示す. この図からキャパシタ電圧 v_C には, 60 Hz と 120 Hz の脈動があることが確認でき, その最大振幅は 0.25 V 程度である. そして, インダクタ電流 i_L には, 60 Hz の脈動があり, 最大振幅は 0.015 A 程度である. ここで, 電圧 v_C の微分方程式である式 (2.15) には, $(1 - q_1)i_L$ と q_2i_{tr1} の項が含まれている. それぞれの値を算出すると, $(1 - q_1)$ は平均で 0.34 であり, 表 2.1 より $(1/\omega_0 C)$ は 0.265 である. これらの値から, $(1 - q_1)i_L$ による 60 Hz の最大振幅は 0.0014 V と概算できる. この値は, 電圧 v_C の脈動の最大振幅に比べて小さいので, 第 1 項 $(1 - q_1)i_L$ が支配的ではないことがわかる. そのため, 電圧 v_C の 60 Hz の原因は, 第 2 項の q_2i_{tr1} であると考えられる. q_2 は, インバータのスイッチング関数であるので, 60 Hz とスイッチング周波数成分を主成分に持つ. そのため, q_2i_{tr1} に 60 Hz の振動を含むためには, i_{tr1} に直流成分が含まれていると推察される. 一方, キャパシタ電圧 v_C の 120 Hz の脈動は, 数値計算からも同等の脈動が確認できる. そのため, 原因は q_2i_{tr1} の 60 Hz 成分の積から発生するものであると考えられる.

5.4 まとめ

本章では、負荷変動が生じた場合に、分散型電源系統連系システムが、受動性に基づく制御によって目標値への状態追従を達成し、位相同期方式を用いて適切な位相を自律的に決定して系統連系を達成できることを数値的に示し、実験的に確認した。特に、インバータの出力を変えずに、位相差によって配電系統からの電力を調整することにより、自律的に電力を調整することを示した。さらに、キャパシタ電圧 v_C の脈動について考察を加えた。

本章の結果において、負荷変動に対して系統連系を維持することを確認した。しかしながら、負荷変動による供給電力の調整を配電系統に頼ることとなった。今後、分散型電源が多数系統連系する際に、分散型電源と負荷を含む需要家側で電力を調整することが求められると予想できる。そのため、次章では、本章で対象とした負荷変動に対応する調整を行う。

第6章 システムにおける定常状態の把握および遷移

本章では、対象とするシステムの定常状態を把握し、その上で定常状態を遷移させることについて検討する。前章では、負荷変動に対して系統連系を維持できるという結果を得た。本章では、さらにその負荷変動に対して、電力を調整することを提案する。今後、多数の分散型電源が系統連系するためには、需要家側の電力調整機能が重要になると考えられる。この機能を実現するためには、(i) システムの定常状態を推定する、(ii) システムの定常状態を遷移させる、の2つを考える。推定には、システムに摂動を加え、その応答を調べることによる方法を提案する。そのため、まず6.1節において、力学系一般の広い視点から定常状態を把握する方法を検討する。力学系の定常状態は、その力学系の持つポテンシャル関数で定まることが多い。そこで、力学的挙動に基づいてポテンシャル関数を再構成することは、未知の力学系に対するアプローチとして意義深い。次に、6.2節において、本論文で対象とする実験系における推定を行う。ここでは、摂動を加えるという同様の方針を用いる。そして、分散型電源と配電系統に接続する負荷を推定する。次に6.3節において、負荷変動後に定常状態を遷移させることを検討する。ここでは、数値的に定常状態を遷移させることによって、電力調整の可能性を示す。最後に6.4節で本章の結果のまとめを述べる。

6.1 ポテンシャル関数の再構成

非線形力学系の状態変数は、時間的にポテンシャルの井戸を転がるボールのような運動をみせる。ポテンシャルの井戸は、平衡点や相空間におけるその点の回りのベクトル場によって特徴づけられる。そのため相空間の解析は、非線形力学系の理解や工学的システムの制御にとって本質的に重要である。相空間の構造を解析する解析的および数値的方法が数多く存在する：平均化、摂動法、Poincaré写像 [81]、セルマッピング [82] な

ど、相空間の軌道は、ポテンシャル関数の幾何的な構造が支配的である。それゆえ、未知の力学系に対するポテンシャル関数を再構成する手法を確立することは、重要である。本節では、軌道のパワースペクトル [83] によって、相空間を検討し、力学系のポテンシャル関数を再構成する手法を提案する。

多くの研究グループが相空間解析とスペクトル解析の関係について注目している。Koopman 氏の先駆的研究 [84] 以来、力学系のスペクトルについて幅広く研究が進んでいる。これらのスペクトルの概念は、力学系のエルゴード理論と密接に関連している [85]。特に、作用素に基づく解析により、力学系の不変集合や統計量を抽出することが提案されている [86–88]。また、実験による原子運動を数自由度の現象として形式化し、Arnold 共振の解析を用いることを提案している [89]。この手法は基本的に、パラメータ空間におけるパワースペクトル分解に注目している。文献 [90] では、軌道のウェーブレット分解によって Hamiltonian システムの時間-周波数解析を行っている。ウェーブレット変換による値が急峻に変化する箇所を発見し、相空間の構造を明らかにしている。文献 [91, 92] では、力学系の不変集合を可視化する手法が研究されている。この手法は、相空間上において定義した関数^(a)の軌道の時間平均を用いており、エルゴード的不変集合の抽出を可能にしている。さらに、文献 [88, 93] では、高調波時間平均 [94] の概念を用いて、相空間の周期集合を可視化する研究を行っている。これらの手法は、Koopman 作用素のスペクトルにおける特徴と結び付いている [94]。文献 [95] では、転移作用素を用いて、数値的に *almost-invariant* 集合 [96, 97] を抽出する手法を研究している。この手法は、転移や液体状の流れによって生じるコヒーレントな構造を解析するものとして適用されている [98]。さらに、*almost-invariant* 集合の構造が、転移作用素である、Perron-Frobenius 作用素の固有構造に関連することを示している。

本節の構成を説明する。6.1.1 項において、本節で対象とする非線形力学系を紹介し、いくつかの仮定を設定する。本節では、軌道のパワースペクトルとポテンシャル関数の関係に注目している。そこで、6.1.2 項において、有限時間の軌道に対するパワースペクトルについて確認する。次に 6.1.3 項において、保存系に対するポテンシャル関数を再構成する手法について議論する。この手法が以降の項の基になる。そして、6.1.4 項において、保存系、減衰系、励振系のそれぞれにおいてポテンシャル関数を再構成すること

^(a)文献中では、観測量と呼ばれている。

を検討する。最後に 6.1.5 項で本節をまとめる。

6.1.1 対象とする非線形力学系

本項では、本節で対象とする非線形力学系とポテンシャル関数を再構成するための前提条件について紹介する。対象とする非線形力学系は、一自由度振動の力学系を仮定する。以降の項で結果を可視化するためおよびポテンシャル関数を理解するために、ここでは一自由度振動を考える。

ポテンシャル関数は、非線形力学系の復元力を導く。相空間 X 上の連続時間の力学系を以下に表す。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -\varepsilon ky - \frac{dU(x)}{dx} + \varepsilon B \cos t \end{cases} \quad (6.1)$$

ここで、 $[x, y]^T \in X$ とし、ポテンシャル関数 $U(x)$ は滑らかな関数とする。 $-\varepsilon ky$ は減衰項、 $-dU(x)/dx$ は復元項、 $\varepsilon B \cos t$ は励振項を意味する。 ε は充分小さいものとする。 $-\varepsilon ky$ と $\varepsilon B \cos t$ を無視すれば、式 (6.1) は、次に示す保存系になる。

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (6.2)$$

ポテンシャル関数の形状について考える。ポテンシャル関数が $U(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ の多項式で書き表すことができると仮定する。ここで、 $n \in \mathbb{N}$ とし、 $a_i \in \mathbb{R}$ ($i = 0, 1, \dots, n$) の係数とする。さらに、振動のパワースペクトルに注目するので、この力学系における軌道は全て有界であるとする。そのため、 n は偶数で、最高次数の係数は、 $a_n > 0$ となる。

次にポテンシャル関数を再構成するための前提条件について説明する。本節では、力学系の軌道を計算するために式 (6.1) の微分方程式を用いるが、再構成のためには、任意の初期値とその振動波形 ($x(t)$ の時間波形) のみが観測可能であることを前提条件とする。そのため、式 (6.1) に振動波形を代入してポテンシャル関数 $U(x)$ を逆算する手法は、用いることができないとする。

6.1.2 軌道のパワースペクトルとその計算条件

時系列におけるパワースペクトルについて述べる. ここでの時系列とは, 式 (6.1) で与えられる非線形力学系の軌道である. パワースペクトルは, 時系列の周波数領域のパワー分布により記述される [99]. ここで, 観測可能な時系列 $\psi(t)$ のパワースペクトルについて考える. 観測可能な時系列とは, 式 (6.1) で与えられる非線形力学系から物理的に測定する時系列を意味する. その時系列 $\psi(t)$ によって, パワースペクトルは自己相関関数の Fourier 変換で以下のように定義する [99, 100].

$$S_{\psi}(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} \psi(t) \psi(t + \tau) dt \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (6.3)$$

次に, 有限時間の軌道に対するパワースペクトルの計算手法について述べる. 一般的にパワースペクトルは無限時間区間 $(-\infty, \infty)$ の時系列に対して定義される. しかしながら, 無限時間の軌道計算は不可能である. さらに, 物理的に測定する時系列は, 有限データである. そのため, 有限時間の軌道に対するパワースペクトルを考慮することは重要である. そこで, $t \in [t_0, t_1]$ では, $[x(t), y(t)]^T$ をとり, それ以外の時間区間では, $[0, 0]^T$ をとる軌道を新たに定義する.

次に数値計算アルゴリズムについて述べる. 軌道は, 4 次の Runge-Kutta 法を用いて強制励振力の 120 周期まで数値積分する. 有限時間区間は, $0 \leq t \leq 2\pi \times 120$ とする. これは, $t_0 = 0, t_1 = 2\pi \times 120$ とすることに対応する. この時間の設定は, 2 つの意味がある. 1 つは, 十分に長い時間であること, もう 1 つは, 120 が多くの約数を持つことである. 解のパワースペクトルは, Runge-Kutta 法の時間刻み $(2\pi \times 120 / (100 \times 2^{14}))$ によって算出される. また, 自己相関関数のデータ数は 2^{14} 個である. その結果, 式 (6.3) によって, 有限時間の軌道に対するパワースペクトルが与えられる. 本節では, 式 (6.1) の $x(t)$ が, 観測量の時系列 $\psi(t)$ に相当するとみなす.

6.1.3 保存系における理論的なポテンシャル関数の再構成

本項では, 式 (6.2) で与えられる保存系におけるポテンシャル関数の再構成手法について検討する. 本項の結果は, 以降の 6.1.4 項における考察の一助となる.

軌道は, ポテンシャル関数の幾何学的形状に依存する. これは, 短距離の振動および長距離の振動のどちらについても言えることである. 短距離の場合は, ポテンシャル関

数の井戸の回りを振動する。言い替えれば、軌道は、式 (6.1) における安定沈点近傍に留まることになる。一般的に、非線形力学系は、軌道に関連する点やベクトル場の特徴を解析するために、安定平衡点近傍で線形化された議論がなされる。ポテンシャル関数の最低次数の項に基づく解析は、安定平衡点近傍の挙動を把握することを可能にする。一方、長距離の場合は、軌道が大きな振幅で振動するので、式 (6.1) におけるポテンシャル関数 $U(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ の最高次数 $a_n x^n$ の項が支配的であると考えられる。それゆえ、単項式で表されるポテンシャル関数 $U(x) = a_n x^n$ に基づく軌道を解析することは重要である。さらに、サドル型の平衡点は、ポテンシャル関数のピークを形成する。以降では、これらについてポテンシャル関数とパワースペクトルの関係について議論する。

単項式のポテンシャル関数とパワースペクトルの関係

はじめに、単項式のポテンシャル関数の再構成手法について議論する。式 (6.2) の状態変数は、周期的に振動する。そのため、 $x(t)$ に対して、その振動の周期 T_1 と基本角周波数 ω_1 が定まる。ポテンシャル関数と初期値によって、 T_1 と ω_1 が決定する。そのため、この関係を明確にすることは、ポテンシャル関数の再構成手法を与えることに繋がる。

小振幅振動と大振幅振動は、どちらも単項式のポテンシャル関数が支配的になる。それゆえ、単項式のポテンシャル関数 $U(x) = a_n x^n$ とパワースペクトルの基本角周波数 ω_1 と周期 T_1 の関係を明らかにすることによって、ポテンシャル関数の再構成が可能になると考えられる。

初期値を $x(0) = x_0$, $y(0) = 0$ とすることで、ポテンシャル関数のピークが $x = x_0$ である場合を考える。振動の周期 T_1 と基本角周波数 ω_1 には、 $\omega_1 = 2\pi/T_1$ という関係がある。そこで、基本角周波数 ω_1 を次のように解析的に表すことができる [101, 102]。導出の過程は、付録 E に示す。

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{a_n \pi}{2}} n \frac{\Gamma(\frac{1}{n} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{n})} |x_0|^{\frac{n}{2}-1} \quad (6.4)$$

ここで、 $\Gamma(x)$ は Γ 関数であり、以下のように定義される。

$$\Gamma(x) := \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

観測した検出波形からポテンシャル関数を再構成する手法について説明する。まず、任意の初期値 x_0 と基本角周波数 ω_1 の関係が明らかにする。すなわち、基本角周波数 ω_1

に対して, 初期値の絶対値 $|x_0|$ が一定, 線形, n 次曲線 ($n \in \mathbb{N}$) の形状になることを調べる. その結果から, 式 (6.4) における $|x_0|$ の指数部分がわかる. つまり, ポテンシャル関数の次数 n が推定できる. 例えば, 基本角周波数 ω_1 に対して, 初期値の絶対値 $|x_0|$ が一定であれば, 指数が 0 となる. そのため, $n/2 - 1 = 0$ となり, $n = 2$ と推定できる. また, この $n = 2$ のときには, 一定値の基本角周波数 ω_1 が安定沈点の線形化固有値になる. 次に, 式 (6.4) に推定結果の n を代入し, $\omega_1 - |x_0|$ 特性の係数を比較することによって, ポテンシャル関数の係数 a_n が推定できる. 以上の手法によって, 軌道に対するパワースペクトルを調べることにより, ポテンシャル関数の次数 n とその係数 a_n を推定することができる.

この手法により, 平衡点近傍の短距離のポテンシャル関数であれば, その最低次数とその係数を推定でき, 長距離の振動に対する軌道であれば, ポテンシャル関数の最高次数とその係数が推定できる. この両者を用いることにより, ポテンシャル関数を再構成することができることを示唆している.

ポテンシャル関数の井戸における振る舞い

次に, サドル型の平衡点によって, 形状が複数の井戸に分かれるポテンシャル関数を考える. このポテンシャル関数を持つ力学系の軌道に対するパワースペクトルによる解析を行う. ここで, ポテンシャル関数として $U(x) = x^4/4 - x^2/2$ を考える. このポテンシャル関数を図 6.1 に示す. $x = 0$ と $x = \pm 1$ に平衡点が存在する. それぞれ $x = 0$ にサドル型の平衡点, $x = \pm 1$ に安定沈点である.

サドル型の平衡点近傍を初期値に持ち, ポテンシャル関数の 1 つの井戸を振動する軌道を考える. サドル型の平衡点近傍の線形化固有値を λ_1, λ_2 とする. 特に, ここでは, $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$ である. サドル型の平衡点近傍では, 軌道がこの線形化固有値が支配的に表れる. 初期値を $x(0) = x_0, y(0) = 0$ と設定し, 解が x_0 から x_1 の間を振動すると仮定する. ここで, x_1 は $U(x_1) = U(x_0)$ を満たす点であるとする. このとき, 振動の周期 T_1 は以下を満たす.

$$\frac{\lambda_1 T_1}{2} = \ln x_1 - \ln x_0 + \delta \quad (6.5)$$

ここで, δ は線形誤差の項である. それゆえ, 振動の周期 T_1 が分かれば, サドル型の平

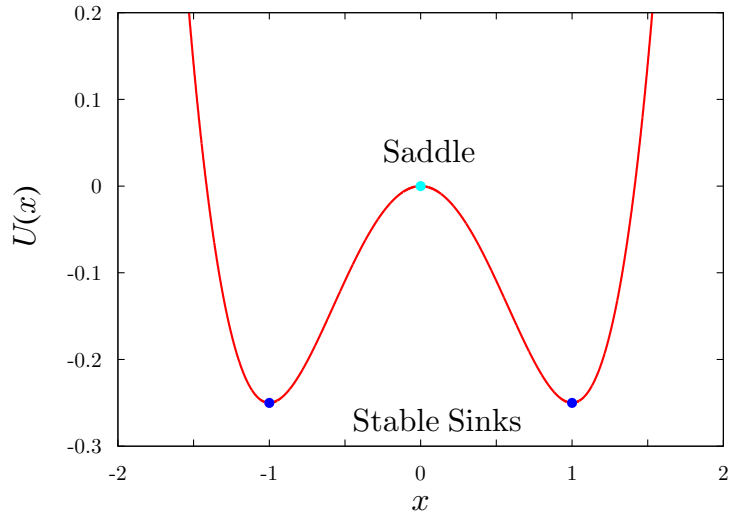


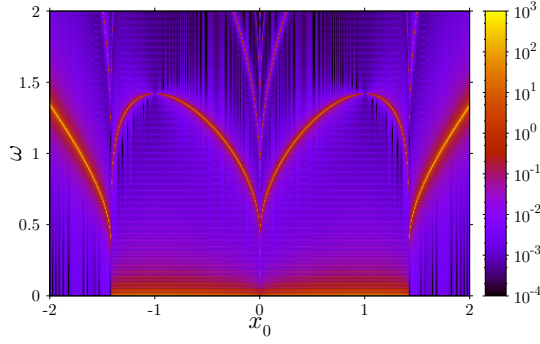
図 6.1: ポテンシャル関数 $U(x) = x^4/4 - x^2/2$. $x = 0$ にサドルを持ち, $x = \pm 1$ に 2 つの安定沈点を持つ.

平衡点の固有値がわかる. つまり, ポテンシャル関数のピークにあたる箇所が再構成できることを意味している.

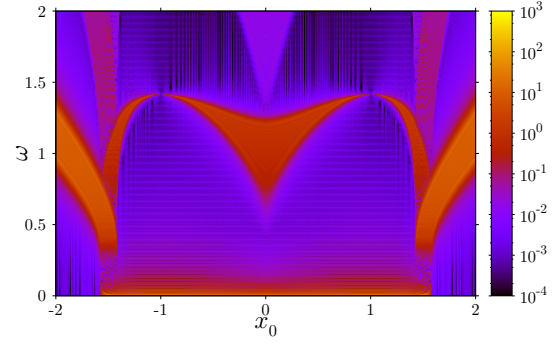
6.1.4 非線形振動への適用

本項では, 式 (6.1) で与えられる非線形振動をする力学系に提案手法を適用する. 対象とするポテンシャル関数は, 前項と同様に図 6.1 に示す $U(x) = x^4/4 - x^2/2$ を考える.

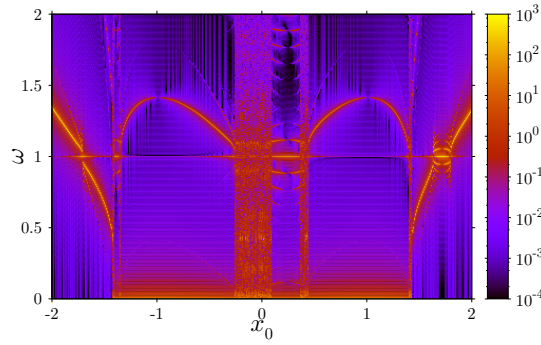
図 6.2 にパワースペクトル分解の結果を示す. ここで, 初期値は $x(0) = x_0, y(0) = 0$ とする. カラーレベルは, (x_0, ω) 断面におけるパワースペクトルを可視化したものである. 図 6.2(a), (b), (c) はそれぞれ, εk と εB の値を変えることで, 保存系, 減衰系, 強制励振系としている. 図 6.2(a) において, 基本角周波数 ω_1 に対応する箇所にパワースペクトルが強く表れている. 図 6.2(b) では, この箇所が周波数領域の方向に広がっている. これは, 軌道が安定沈点に向かって収束しているからである. この広がり, 初期値毎の収束時間に依存する. この結果は, パワースペクトルによる有限時間の収束特性を説明している. 次に, 図 6.2(c) において, 図 6.2(a), (b) に見られる m 字状のパワースペクトルの他に, 強制励振による角周波数 $\omega = 1$ の成分も含むことがわかる. 角周波数



(a) $\varepsilon k = 0, \varepsilon B = 0$



(b) $\varepsilon k = 0.001, \varepsilon B = 0$



(c) $\varepsilon k = 0, \varepsilon B = 0.01$

図 6.2: 式 (6.1) におけるパワースペクトル分解. 初期値 $x(0) = x_0, y(0) = 0$ の結果.

$\omega = 1$ 付近の分布では, 様々な周波数成分のパワースペクトルを含んでいる. これは, 2つのポテンシャルの井戸の間を軌道が行き来することによって, サドル型の平衡点近傍を初期値にする軌道に対するパワースペクトルは様々な周波数成分を持つからであると考えられる.

安定沈点 $x_0 = \pm 1$ の近傍について考える. 図 6.3 に図 6.2(a) における $x_0 = 1$ 近傍の結果を示す. この結果において, この平衡点近傍の基本角周波数 ω_1 は, $x_0 - 1$ を 0 に近づけるにしたがって, 一定値である $\sqrt{2}$ に近づく特性を示す. 一定値になるということは, 式 (6.4) において $n/2 - 1 = 0$ であることを意味する. つまり, $x_0 = \pm 1$ 近傍のポテンシャル関数は, 最小次数 $n = 2$ の形状であることが推定される. さらに, 式 (6.4) にお

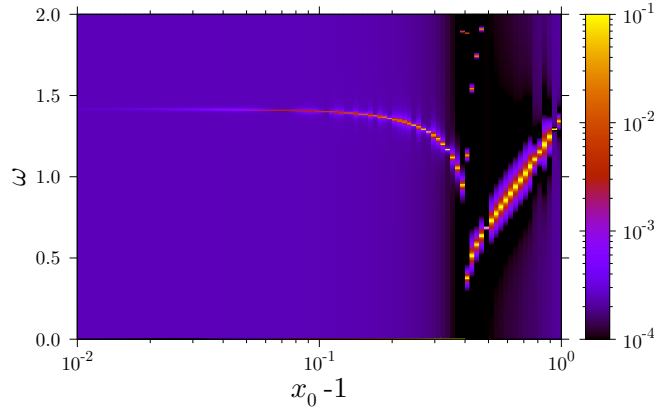


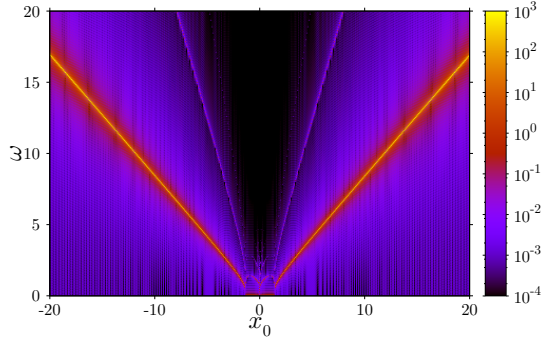
図 6.3: 式 (6.1) における $x = 1$ 近傍のパワースペクトル分解. 初期値 $x(0) = x_0, y(0) = 0$ の結果.

いて $n = 2$ を代入することによって, 以下のように係数 a_2 が算出される.

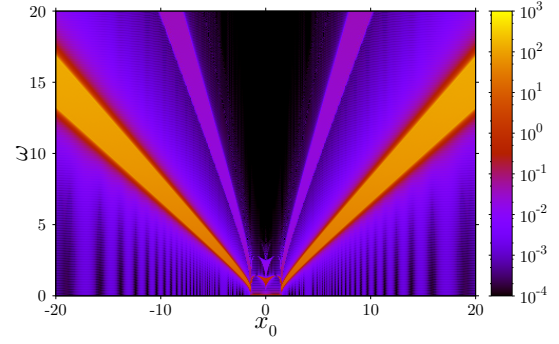
$$\begin{aligned}\sqrt{2} &= \sqrt{\frac{a_2 \pi}{2}} \cdot 2 \cdot \frac{\Gamma(1)}{\Gamma(\frac{1}{2})} |x_0|^0 \\ a_2 &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(1)} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{1} \right)^2 = 1\end{aligned}\quad (6.6)$$

実際, ポテンシャル関数 $U(x)$ を式変形すると, $U(x') = x'^4/4 + x'^3 + x'^2 - 1/4$ (ただし, $x' = x - 1$ とする) となる. ポテンシャル関数 $U(x')$ は, $x = 1$ の安定沈点近傍で, $U(x') = x'^2$ と近似できる. それゆえ, 安定沈点近傍で, 提案手法を用いることにより, ポテンシャル関数を再構成している.

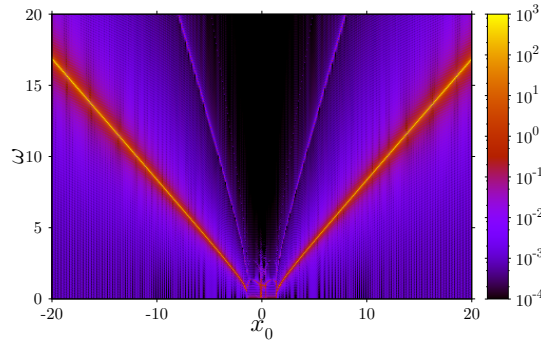
次に, 広範囲における提案手法の有効性について検討する. 図 6.4 に, 広範囲に対するパワースペクトル分解の結果を示す. 図 6.4(a), (c) において, 強いパワースペクトルの成分が V 字のライン状に表れている. この結果から, 式 (6.4) を用いることにより, ポテンシャル関数の最高次数とその係数が推定できる. まず, $|x_0|$ に対して, 強いパワースペクトル成分が線形に表れているので, 式 (6.4) における $|x_0|$ の指数が 1 となる. $n/2 - 1 = 1$ なので $n = 4$ となる. つまり, ポテンシャル関数の最高次数が 4 であることが推定される. 次に, 図 6.4(a), (c) の強いパワースペクトルの成分が V 字のライン状の傾きを計算する. 概算すると, 傾きは $16.9/20.0$ となる. この傾きは, 式 (6.4) におけ



(a) $\varepsilon k = 0, \varepsilon B = 0$



(b) $\varepsilon k = 0.001, \varepsilon B = 0$



(c) $\varepsilon k = 0, \varepsilon B = 0.01$

図 6.4: 式 (6.1) におけるパワースペクトル分解. 初期値 $x(0) = x_0, y(0) = 0$ に対する広範囲の結果.

る, $\sqrt{a_4\pi/2} \cdot 4 \cdot \Gamma(3/4)/\Gamma(1/4)$ に相当する. すなわち, 以下のように計算できる.

$$\begin{aligned} \frac{16.9}{20.0} |x_0| &= \sqrt{\frac{a_4\pi}{2}} \cdot 4 \cdot \frac{\Gamma(\frac{3}{4})}{\Gamma(\frac{1}{4})} |x_0| \\ a_4 &= \left(\frac{16.9}{20.0}\right)^2 \cdot \frac{1}{8\pi} \cdot \left(\frac{\Gamma(\frac{1}{4})}{\Gamma(\frac{3}{4})}\right)^2 = 0.249 \end{aligned} \quad (6.7)$$

実際の係数は, $a_4 = 1/4$ であるので, ポテンシャル関数の最高次数の係数が推定可能であることを示している. 一方, 図 6.4(b) においては, 減衰力による収束によって, パワースペクトルが周波数領域に広がっている. この結果に対して, パワースペクトルの強く表れている箇所の縁を基に, 基本角周波数 ω_1 を算出できる. そして, 同様に式 (6.4) を用いることによって, ポテンシャル関数の最高次数とその係数が推定できる. つまり,

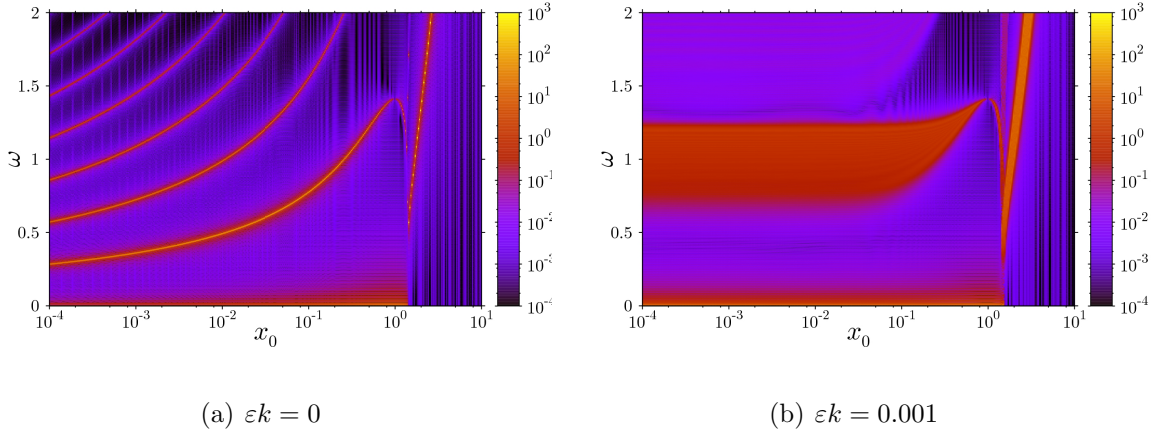


図 6.5: 式 (6.1) におけるパワースペクトル分解. サドル型の平衡点近傍の初期値に対する結果.

広範囲におけるポテンシャル関数を再構成することができる.

最後に, サドル型の安定平衡点近傍における結果について検討する. 図 6.5 にサドル型の安定平衡点近傍を初期値とするパワースペクトル分解の結果を示す. 図 6.5(a) では, 基本角周波数 ω_1 だけではなく, その高調波である $2\omega_1, 3\omega_1, 4\omega_1, 5\omega_1, 6\omega_1$ の成分が表れている. この結果は, 式 (6.5) に一致する. 一方, 図 6.5(b) では, 減衰力により, パワースペクトルが周波数領域の上方向に広がっている.

6.1.5 ポテンシャル関数の再構成に関するまとめ

本節では, ポテンシャル関数とパワースペクトルの関係に注目した. ポテンシャル関数が単項式で記述されるときには, パワースペクトルにより解析的に再構成が可能であることを示した. この知見は, 安定沈点近傍の微小振動や広範囲の大振動に対して適用が可能である. さらに, 保存系におけるサドル型の平衡点の線形化固有値とパワースペクトルの関係を明らかにした. また, 減衰系や強制励振系においても平衡点近傍などの限定した領域に対してポテンシャル関数の再構成が可能であることを示した. これらの結果から, ポテンシャル関数の特徴的な箇所に対して, 再構成手法について有効であると考えられる. また, 周波数成分に着目することに関しては, Fourier 変換と同等の議論であると考えられる. 本節で用いたパワースペクトルは, 軌道の自己相関を考慮してい

る。そのため、より複雑な過渡挙動に関する知見を与える可能性があると考えている。

本節では、ポテンシャル関数を再構成することによって、力学系を理解することを検討してきた。そしてここでは、初期値を任意に与えられると仮定している。そして、その初期値からの振動を観測量として用いている。しかしながら、現実の物理現象において、初期値を任意に与えることは非常に困難である。特に、物理現象では、ポテンシャル関数の井戸の底に相当する定常状態に留まることが多い。そこで、次節では、定常状態から強制励振を加えることによって解を定常状態から振動させることを考える。

6.2 インバータによる負荷変動検出

第5章において、負荷が変動した場合には、インバータの動作により連系を保持することを数値的および実験的に示した。この負荷変動により、負荷で消費する有効電力が変化する。この変動に対して、インバータの出力電力を一定にしつつ、配電系統からの出力電力を増加または減少するように、インバータ側の位相を調整する結果であった。つまり、負荷変動に応じて配電系統から供給される電力の調整が常時必要となってしまう。このように分散型電源と負荷側の変動を改善または補償するサービスのことをアンシリサービスという [103, 104]。現在は配電系統側がこのサービスを提供しているが、分散型電源が多数連系し大容量化すると変動を補償することが困難になってしまう。そのため、今後は需要家側で電力を調整して、負荷変動などによる出力変動を抑制することが求められる。さらには、将来的に需要家側で分散型電源の出力を調整可能になる場合には、アンシリサービスが供給できる可能性がある [105]。

そこで、分散型電源に接続する負荷変動に対して、その変動による配電系統側からの電力の増減を抑制することを考える。そのために、負荷の値を推定し、変動分の電力を分散型電源側から調整する。本節では、前半の負荷推定について検討を行う。まず 6.2.1 項において、負荷推定の提案手法を述べる。インバータに主成分の 60 Hz とは異なる周波数成分を持つ信号を重畳させ、重ね合わせの原理により負荷推定を行う手順を説明する。次に 6.2.2 項において、印加する重畳信号の設定を決定する。実用のため、利用可能な周波数、振幅、計測時間の検討を行う。そして、6.2.3 項において、負荷推定が可能であることを実験的に示す。この結果に対して、6.2.4 項において負荷推定結果の誤差評価を加える。最後に 6.2.5 項において、本節をまとめる。

6.2.1 負荷推定の手法

本項では提案する負荷推定の手法について説明する。まず、インバータと配電系統が負荷に電力を供給する電力系統を簡潔に描くと図 6.6(a) になる。ここで、インバータに主成分の 60 Hz の他に 10 Hz の微小電圧を重畳させることを考える。10 Hz と設定する理由は、6.2.2 項において説明する。このとき対象とする電力系統は、図 6.6(b) のようにみなせる。この電力系統が線形素子のみで構成され、正弦波の重ね合わせの原理が成り立つと仮定する。すると、重畳信号の 10 Hz の成分だけを抽出した回路は図 6.6(c) となる。このとき、図 6.6(d) のように、10 Hz のインバータ側からみたインピーダンスを Z とすると以下のように書き表すことができる。

$$Z = Z_1 + Z_2 // Z_3 \quad (6.8)$$

インバータの出力電圧および出力電流を測定し、重畳信号の周波数成分を抽出する。そして、その電圧および電流から Z が測定できる。ここで、 Z_1 、 Z_2 が既知であれば、以下の関係から Z_3 が推定可能である。

$$Z_3 = \frac{Z_2(Z - Z_1)}{Z_2 - (Z - Z_1)} \quad (6.9)$$

以上が、提案する負荷推定手法である。

6.2.2 重畳信号の設定

6.2.1 項で示した手法を実現するために、重畳する信号の周波数、振幅、計測時間を設定する必要がある。そこで本項では、それらに関して実際の機器や実験結果を参考にし、値を設定する。

周波数

重畳信号の周波数を決定する。インバータに 60 Hz 以外の周波数成分を重畳することは既存の技術として用いられている。それは、分散型電源の単独運転検出を行う手法である。この方式では、0.1 Hz から 10 Hz の摂動が一般的に用いられる [42]。そこで、負荷推定のための周波数はこの周波数帯域とする。また、周波数が高いほど一周期あたりにかかる時間が短いため、ここでは 10 Hz を採用する。

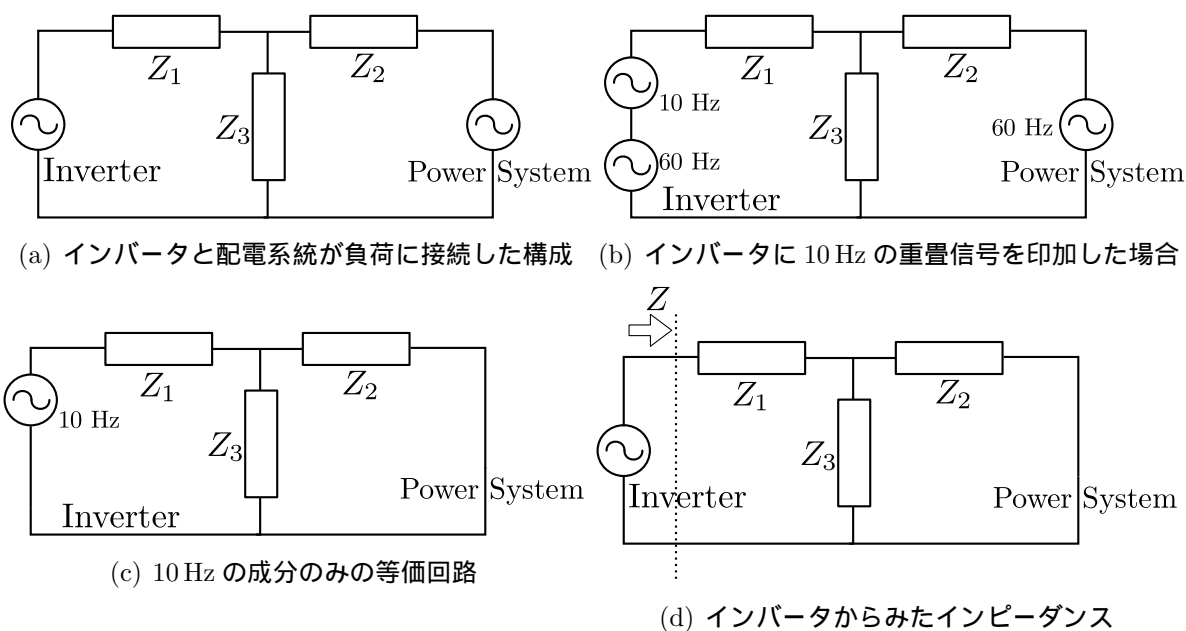


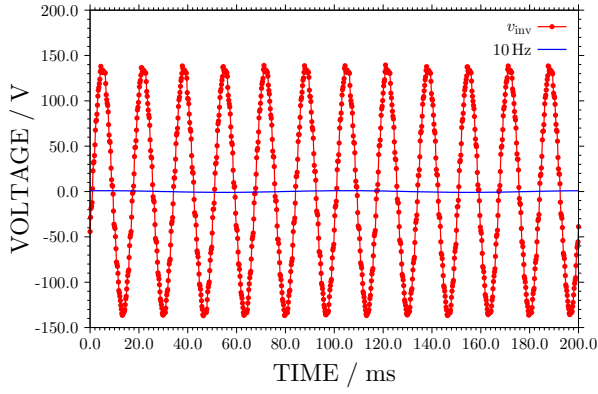
図 6.6: 負荷推定手法の説明図

振幅

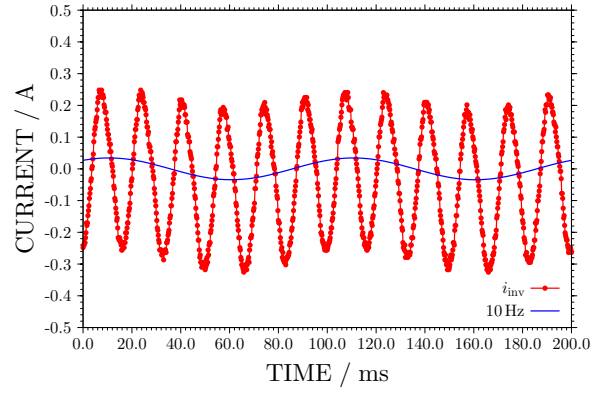
次に 10 Hz の重畳信号の振幅について考える. 分散型電源の単独運転検出のための方式では, 検出性能を確保するために 4~5%程度が用いられている [42]. そこで, ここでは, 同じオーダーの 1.0%から 10.0%までの振幅に対して実験を行い, 電圧および電流波形の傾向を検討する.

図 6.7 に振幅の含有率 (60 Hz の正弦波の振幅 141 V を 100%とする) を 1.0%から 10.0%まで変化させた場合の電圧, 電流波形を示す. 赤色の波形が計測した電圧および電流波形を表し, 青色の波形がそれぞれから 10 Hz の成分だけを取り出して表したものである. 使用する電流の主成分が 0.2 A 程度なので, 重畳する電圧が小さいにもかかわらず, 電流波形は大きな脈動を示す. そのため, 重畳する電圧信号は極力小さい方がよいことがわかる.

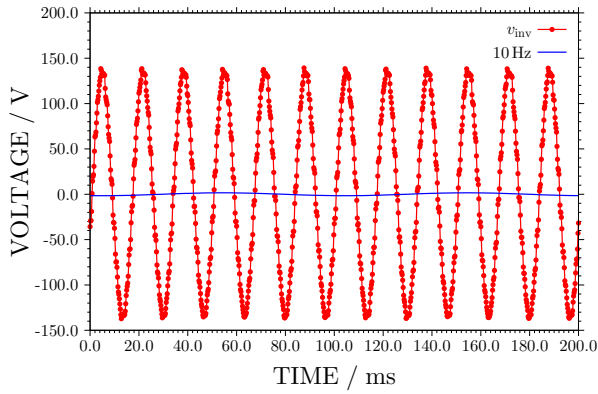
また, それぞれの結果からインバータからみたインピーダンス Z の測定値は, 順に 25.6, 24.5, 25.0, 24.8, 25.1, 25.0 Ω となった. インピーダンス Z を LCR メータ (HIOKI 3522 LCRHiTESTER) により測定した結果は 23.8 Ω であった. そのため, 測定による



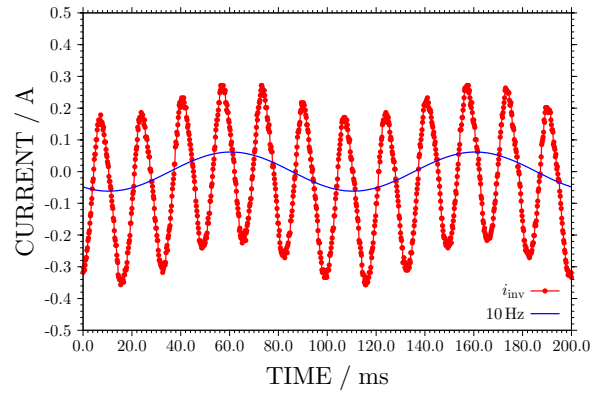
(a) 10 Hz の信号の含有率 1.0%のときの電圧波形



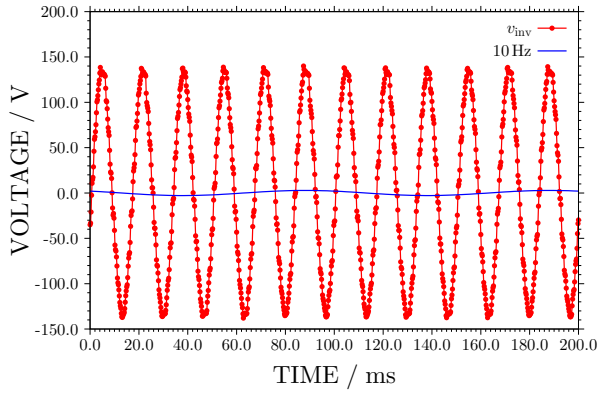
(b) 10 Hz の信号の含有率 1.0%のときの電流波形



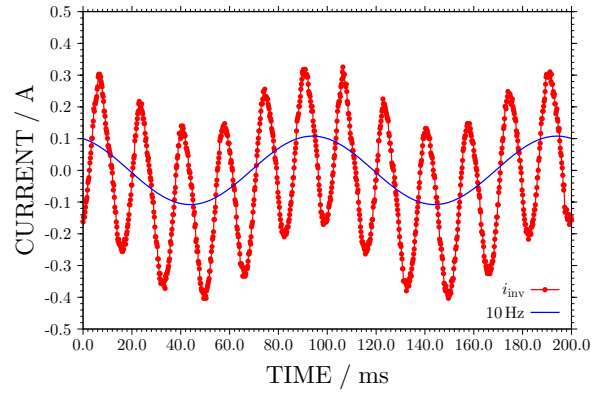
(c) 10 Hz の信号の含有率 1.8%のときの電圧波形



(d) 10 Hz の信号の含有率 1.8%のときの電流波形

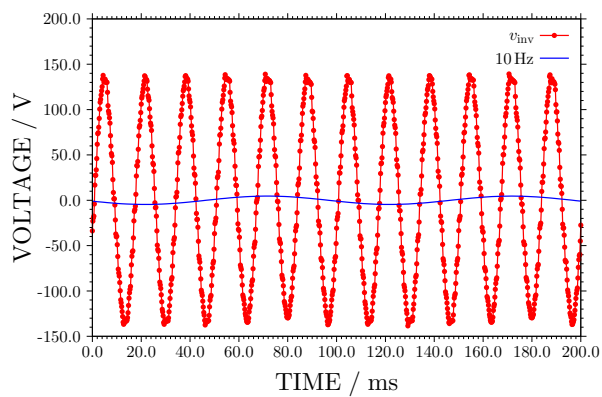


(e) 10 Hz の信号の含有率 3.2%のときの電圧波形

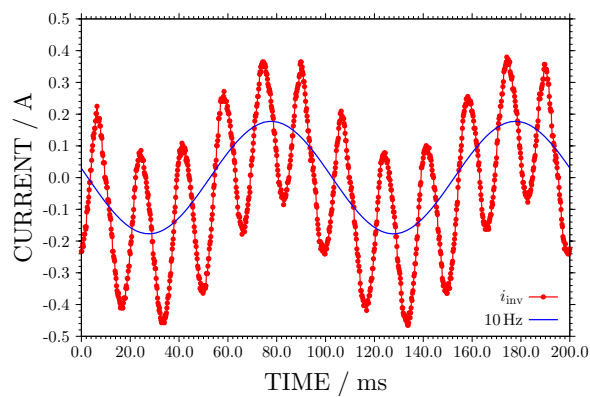


(f) 10 Hz の信号の含有率 3.2%のときの電流波形

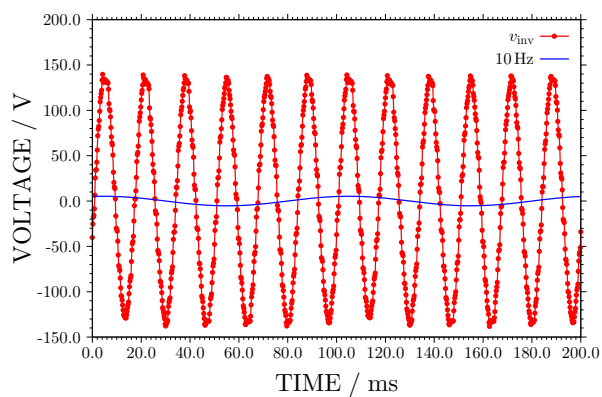
図 6.7: 重畳信号の振幅比に対する電圧電流波形. 10 Hz の信号の含有率を 1.0%から 10.0%まで変化させたときの傾向. 赤色が実験結果, 青色が実験結果を Fourier 級数展開して 10 Hz の成分だけ表示したもの.



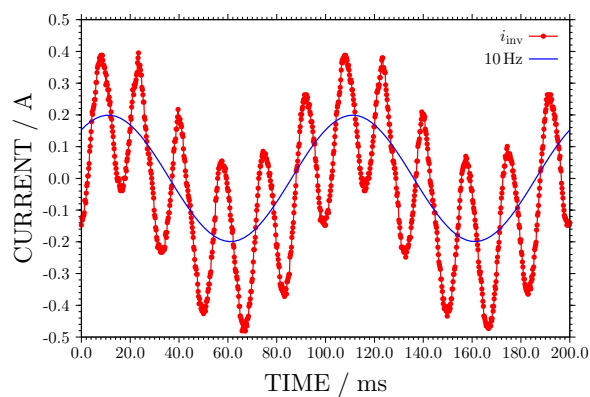
(g) 10 Hz の信号の含有率 5.0%のときの電圧波形



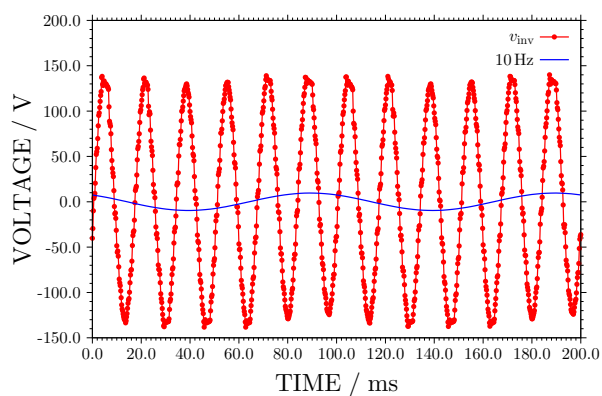
(h) 10 Hz の信号の含有率 5.0%のときの電流波形



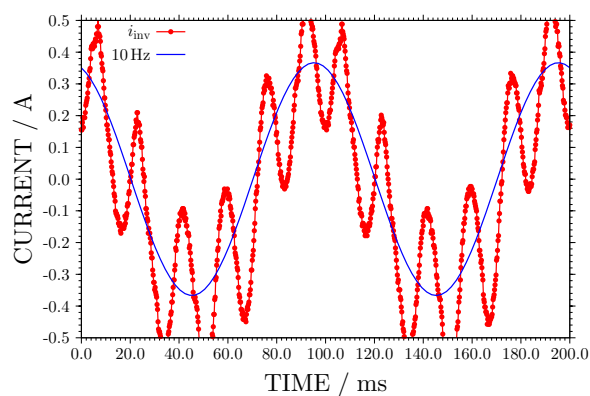
(i) 10 Hz の信号の含有率 5.6%のときの電圧波形



(j) 10 Hz の信号の含有率 5.6%のときの電流波形



(k) 10 Hz の信号の含有率 10.0%のときの電圧波形



(l) 10 Hz の信号の含有率 10.0%のときの電流波形

図 6.7: 続き

誤差は含んでいるが、信号の含有率が1.0%の場合にも十分に測定できていることがわかる。これらの結果から重畳信号の含有率は1.0%と設定する。

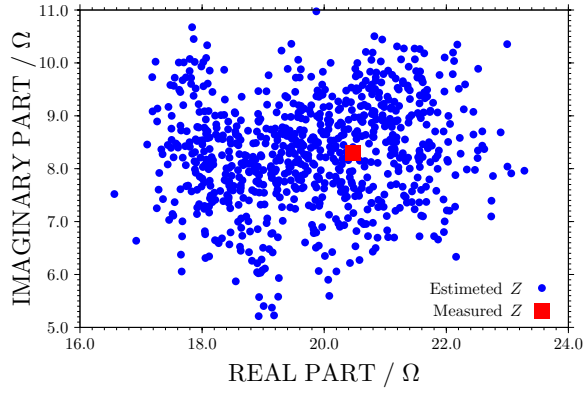
測定時間

本項の最後に、測定時間について説明する。まず、実際の電力系統の状態をオンラインで測定している機器について紹介する。位相測定装置 (PMU, Phasor Measurement Unit) は、各計測点の計測データを 20 ms の間隔でサンプリングを行う [106]。また、TSC(Transient Stability Control) システムでは、約 12000 個のデータを 10 s で取り込み、30 s でシミュレーションを実施している [107, 108]。さらに、GPS によるオンライン系統パラメータの推定では、サンプリング周波数 3200 Hz、200 ms ごとにデータを伝送する [109]。最後に系統現象記録装置は、サンプリング周波数が数 100 ~ 数 kHz、記録時間が 1 min 程度で、基幹系の PQVF を測定する装置である。このように、実際に使用されている機器の時間オーダーは数 10 ms から 10 s 程度であることがわかる。そのため、本実験では、10 Hz の一周期に対応する 100 ms の時間毎に測定を行う。

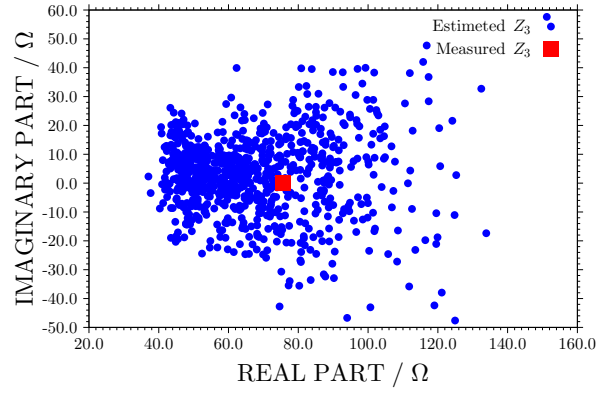
6.2.3 負荷推定結果

本項では、6.2.2 項で設定した 10 Hz の微小信号をインバータに重畳し、6.2.1 項で示した手法を用いて負荷を推定する実験を行う。ここでは、負荷 Z_3 は、75 Ω (ホウロウ抵抗の直列)、87 Ω (無誘導性負荷の直列)、143 Ω (無誘導性負荷の直列)、278 Ω (無誘導性負荷の直列) の 4 種類を推定対象とする。それぞれ、メモリハイコーダ 8841 (日置電機社製、12 チャンネル) で 4 s のデータを 20 回測定し、100 ms 毎に電圧および電流を測定し、 Z を算出する。そして、式 (6.9) を用いて Z_3 の推定を行う。ここで、20 回の測定は連続せずに全て独立して行う。また、あらかじめ LCR メータ (HIOKI 3522 LCRHiTESTER) によって、インピーダンスを測定し、 $Z_1 = 1.61 + (2\pi \times 10) \times 83.0 \times 10^{-3}j$, $Z_2 = 24.83 + (2\pi \times 10) \times 86.6 \times 10^{-3}j$ である。10 Hz の重畳信号を用いるので、LCR メータによる測定周波数は 10 Hz と設定する。

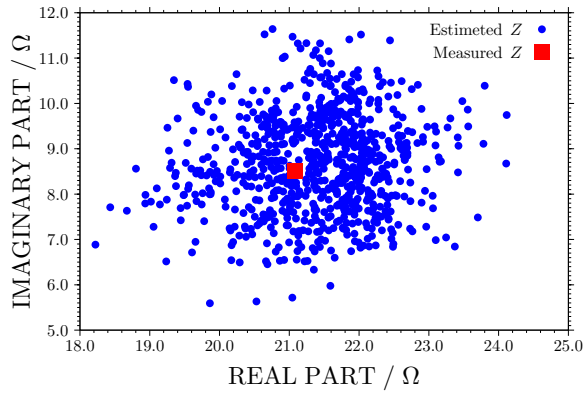
図 6.8 に結果を示す。赤色の点が LCR メータによって実測した結果で、青色の点が重畳した 10 Hz の電圧、電流波形から算出、推定したものである。赤色の点は、実験前と実験後にそれぞれ測定した結果を表している。そのため、ほとんど同じ値であるが、測



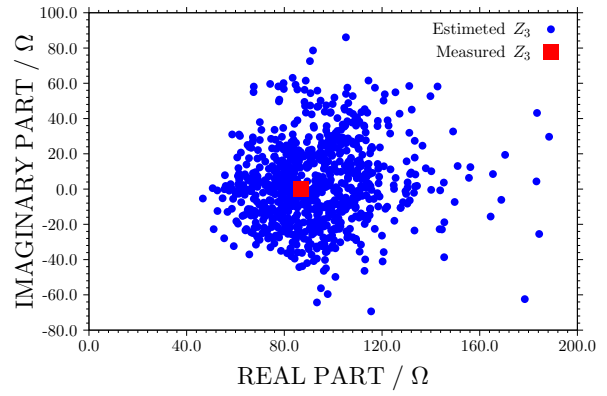
(a) $Z_3 = 75 \Omega, Z$



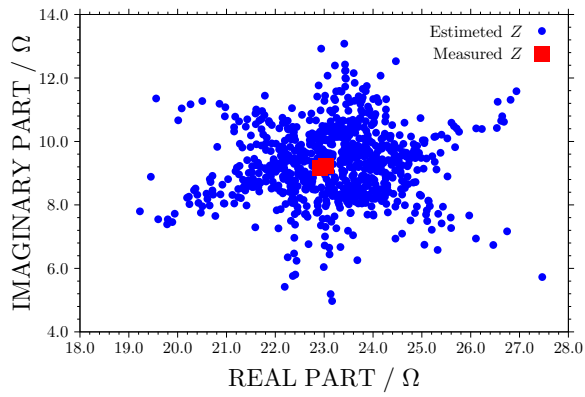
(b) $Z_3 = 75 \Omega, Z_3$



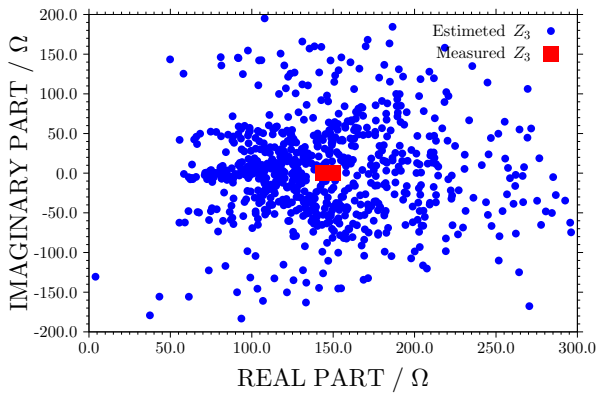
(c) $Z_3 = 87 \Omega, Z$



(d) $Z_3 = 87 \Omega, Z_3$



(e) $Z_3 = 143 \Omega, Z$



(f) $Z_3 = 143 \Omega, Z_3$

図 6.8: 負荷 Z_3 ごとの Z の測定結果と式 (6.9) を用いた Z_3 の推定結果, 赤色の点が LCR メータで測定した結果, 青色の点が実験結果を示す.

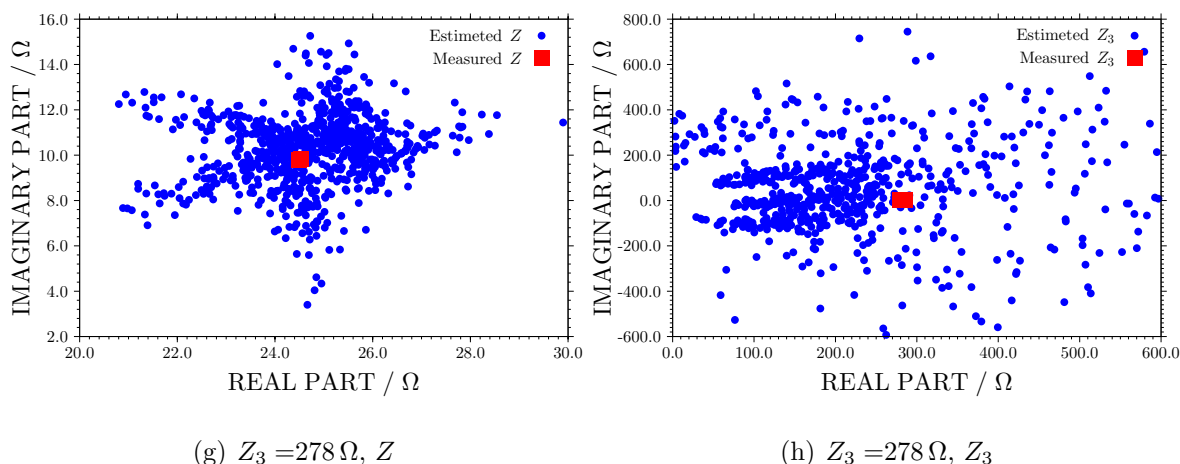


図 6.8: 続き

定点は2点ある。実験前後で負荷を測定したのは、実験による発熱によって抵抗値が変化するからである。それぞれ、インバータからみたインピーダンス Z は $1 \sim 2 \Omega$ 程度の誤差があり、推定した負荷 Z_3 は $10 \Omega \sim 800 \Omega$ の誤差があることがわかる。この誤差の評価に関しては次項で述べる。

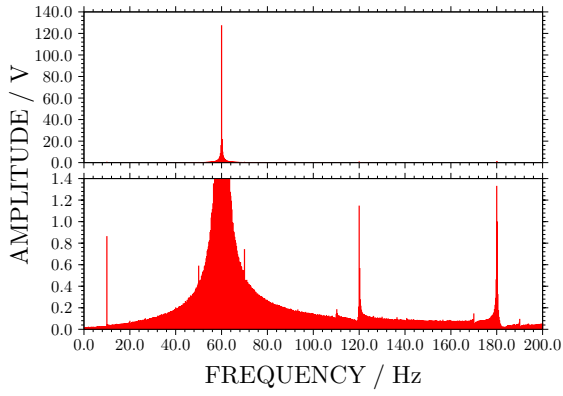
6.2.4 誤差評価

本項では前項の負荷推定結果に関する誤差評価を行う。

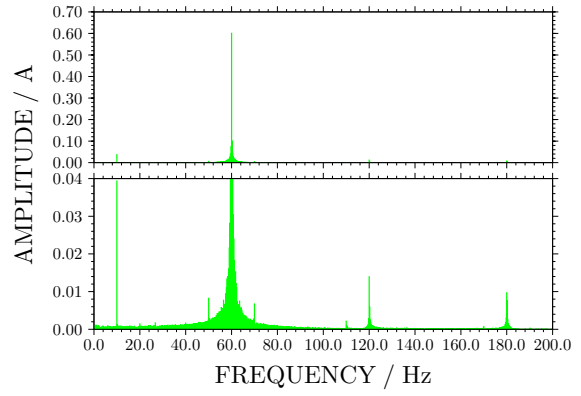
周波数分布

6.2.1 項の手法では、インバータからの出力電圧が 60 Hz と 10 Hz の2種類のみであると仮定している。しかしながら、実際にはどの程度周波数が分布しているか調べる必要がある。 60 Hz および 10 Hz 以外の周波数成分が、損失や誤差に影響する可能性があると考えられる。

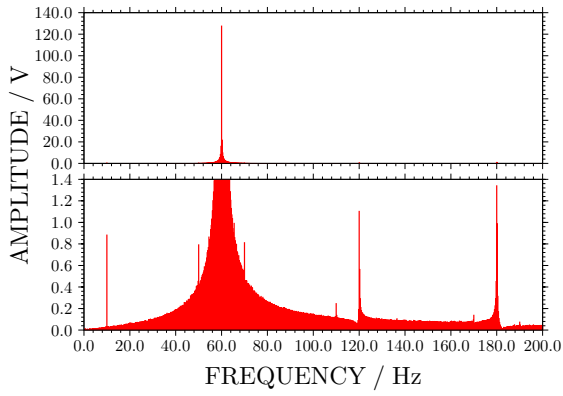
そこで、6.2.3 項の実験結果の一例を Fourier 級数展開して検討する。ここでは、1つの負荷に対して、20回の4s間の実験結果から1つを選択する。その Fourier 級数展開した結果を図 6.9 に電圧 v_{inv} および電流 i_{inv} の周波数分布として示す。



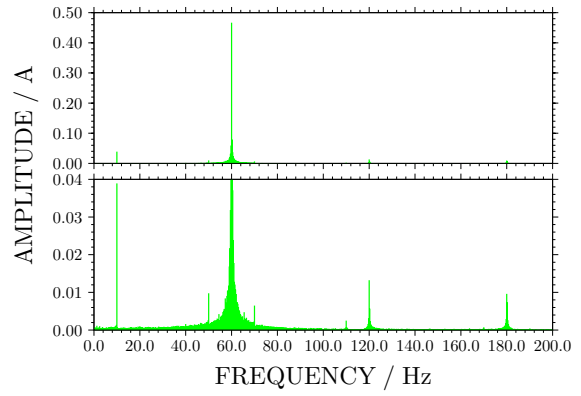
(a) $Z_3 = 75 \Omega$, 電圧 v_{inv}



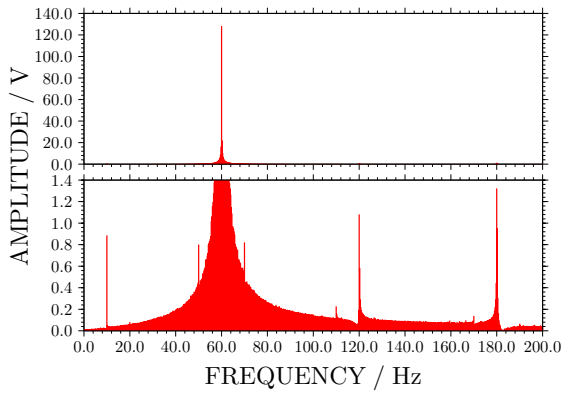
(b) $Z_3 = 75 \Omega$, 電流 i_{inv}



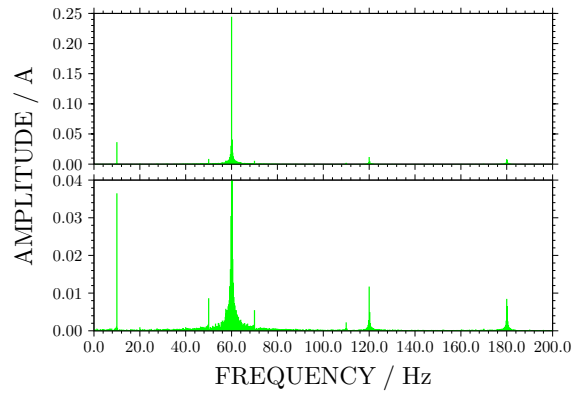
(c) $Z_3 = 87 \Omega$, 電圧 v_{inv}



(d) $Z_3 = 87 \Omega$, 電流 i_{inv}

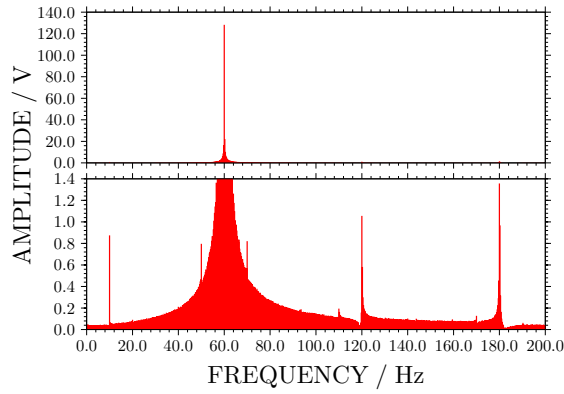


(e) $Z_3 = 143 \Omega$, 電圧 v_{inv}

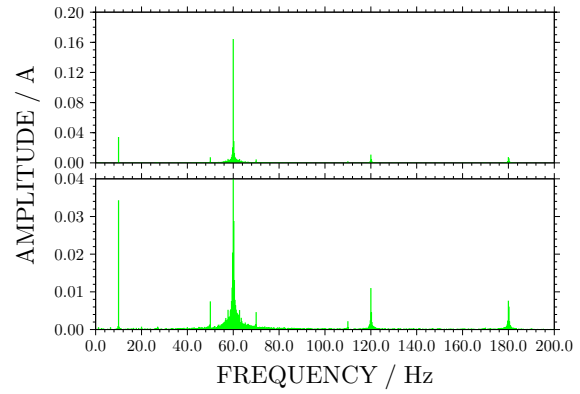


(f) $Z_3 = 143 \Omega$, 電流 i_{inv}

図 6.9: 負荷 Z_3 ごとの電圧および電流の周波数分布. 下の図は, 上の図の拡大である.



(g) $Z_3 = 278 \Omega$, 電圧 v_{inv}



(h) $Z_3 = 278 \Omega$, 電流 i_{inv}

図 6.9: 続き

この結果から、60 Hz と 10 Hz 以外にも 60 ± 10 Hz, 120 Hz, 180 Hz の成分が含まれていることが確認できる。これは、インバータに入力する電流が $q_2 i_{\text{tr1}}$ であることが原因であると考えられる。 q_2 はスイッチング関数で、主成分は 60 Hz であり、今回は 10 Hz を 1 % 含む。 i_{tr1} も同様に、60 Hz および 10 Hz の周波数を含む。さらに i_{tr1} は、絶縁トランスに接続される前の電流であるので直流成分も含む。これらのことから電圧 v_{inv} および電流 i_{inv} には、上述の周波数成分が含まれていると考えられる。

電流測定器の誤差

次に測定系の誤差について考察する。インバータの出力電流を測定する際に、使用している測定器は、LTS 6-NP である。この電流測定器はホール効果の原理によるもので、検出した電流を電圧値として換算するものである。検出した電流 i とそのときに示す電圧 v の関係式は以下のとおりである。

$$i = A \left(v - \frac{V_{\text{cc}}}{2} \right) \quad (6.10)$$

ここで、 V_{cc} は電流測定器に印加する電源を意味し、5.0 V とする。そしてゲイン A は、事前に行っている予備実験の結果、 $3.1 \leq A \leq 3.3$ 程度のバラツキがあり、値が集中している $A = 3.25$ を採用する。このバラツキによる誤差をインピーダンス Z で換算するとは約 5 % となる。インピーダンス Z は 20Ω 程度なので、 1Ω の誤差があることがわかる。

算出誤差

図 6.8 の結果から、負荷 Z_3 が増大するにしたがって、負荷 Z_3 の推定誤差が増大することがわかる。そこで、この原因について考察を加える。インバータからみたインピーダンス Z の誤差を ΔZ 、負荷 Z_3 の誤差を ΔZ_3 とおく。すると、負荷 Z_3 の誤差は以下のようになる。

$$\begin{aligned} Z_3 + \Delta Z_3 &= \frac{Z_2(Z + \Delta Z - Z_1)}{Z_2 - (Z + \Delta Z - Z_1)} \\ &= \frac{Z_2(Z - Z_1)}{Z_2 - (Z - Z_1)} \frac{1 + \frac{\Delta Z}{Z - Z_1}}{1 - \frac{\Delta Z}{Z_2 - (Z - Z_1)}} \end{aligned} \quad (6.11)$$

ここで、式 (6.9) の $Z_3 = Z_2(Z - Z_1)/\{Z_2 - (Z - Z_1)\}$ を用いることで右辺の第 1 因子が変形できる。さらに、 $1 \gg \Delta Z/(Z - Z_1)$ 、 $1 \gg \Delta Z/\{Z_2 - (Z - Z_1)\}$ と仮定して、 $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ の近似を用いると以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \Delta Z_3 &\approx Z_3 \left\{ \frac{1}{Z - Z_1} + \frac{1}{Z_2 - (Z - Z_1)} \right\} \Delta Z \\ &= Z_3 \left\{ \frac{1}{Z_2 // Z_3} + \frac{1}{Z_2 - Z_2 // Z_3} \right\} \Delta Z \end{aligned} \quad (6.12)$$

Z_2 は、 $Z_2 = 24.83 + (2\pi \times 10) \times 86.6 \times 10^{-3}j$ であったので、 $|Z_3| \gg |Z_2|$ とみなせる。このとき、 Z_3 が増大するにつれて、 $Z_2 - Z_2 // Z_3$ は小さくなる。これは、 Z_2 に比べて、 Z_3 は開放状態とみなせるほど大きいということを意味する。これにより、式 (6.12) の第 2 項が増大することになる。算出による誤差の変形が、負荷 Z_3 が増大するにしたがい推定誤差が増大する原因であると考えられる。

配電系統側のインピーダンス

6.2.1 項の手法では、10 Hz の回路において、配電系統側が短絡とみなせると仮定している。実験では、配電系統の電圧源として、精密電力増幅器 (4502, NF 社製, 250 VA) を使用している。この増幅器を使用しているため、必ずしも短絡とみなせるとは限らない。

そこで、配電系統側に流れる電流を測定する必要がある。インバータの出力電圧 v_{inv} および出力電流 i_{inv} だけでなく、配電系統側の電圧 v_{ac} および電流 i_{ac} を測定する。測

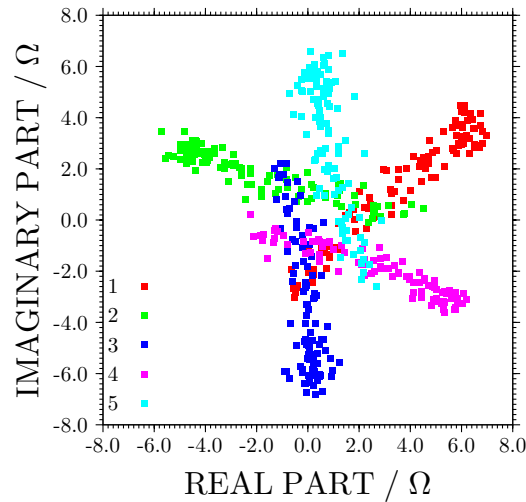


図 6.10: 配電系統側のインピーダンス分布. 測定は5回繰り返し, それぞれは独立して実験を行っている. 6.2.1 項では短絡, つまりインピーダンスが0と仮定しているが, 絶対値で 8Ω 程度のインピーダンスがあることがわかる.

定は5回繰り返し, それぞれは独立して実験を行う. 図 6.8 と同様に 100 ms 毎の算出値を図 6.10 に示す. 6.2.1 項では短絡, つまりインピーダンスが0と仮定しているが, 絶対値で 8Ω 程度のインピーダンスがあることがわかる.

6.2.5 負荷推定のまとめ

本節では, 10 Hz の微小信号をインバータに重畳することによって, 接続する負荷 Z_3 の推定手法を提案し, 実験により検証した. 誤差を含んでいるが負荷 Z_3 の値を推定することが可能であることを示した. 計測により算出されるインバータからみたインピーダンス Z の誤差は $1 \sim 2\Omega$ 程度である. また, 推定対象である負荷 Z_3 は, 負荷抵抗の値が増大するにしたがって, 推定誤差が増大することを確認した. この原因は, 算出による誤差の変形であると考察した. また, 使用する周波数以外の成分が表れることや, 電流の測定器, さらに, 配電系統側のインピーダンスの観点から誤差について考察した.

6.3 負荷変動後における定常状態の遷移

本節では、第5章で扱ったような負荷変動が生じた場合に、定常状態を遷移させることにより、配電系統からの出力電力を一定に維持することを数値的に検討する。まず6.3.1項で、負荷に対するインバータの出力電力について考える。負荷抵抗値 $R_{\text{load}} = 147.6$ の場合の出力電力と負荷の消費電力を考え、負荷変動後の電力バランスを計算する。次に6.3.2項で、負荷が変動した場合に、出力電力の目標値を切り替えることで定常状態の遷移を数値的に検討する。この操作により、配電系統からの出力電力を一定にすることを目指す。

6.3.1 出力電力の算出

本項では、インバータの出力電力と負荷の消費電力を計算し、負荷毎の電力バランスを求める。あらかじめ電力バランスを算出することによって、負荷変動後に適切な値に遷移させることを考える。

まず、負荷抵抗値 $R_{\text{load}} = 147.6 \Omega$ の場合のインバータの出力電力と配電系統の出力電力について考える。2.3.3項において、インダクタ電流 i_L 、デューティ比 u_1 の目標値を設定する際、ブーストコンバータの出力電力を 0.6 pu に設定している。電力の基準量は表2.1から 70 W であるので、ブーストコンバータの出力電力の目標値は 42 W である。実際には、内部抵抗やフィルタによる損失があるので、インバータの出力電力はこの値よりも小さくなる。図5.4の負荷変動が生じる前 ($0 \leq t \leq 0.1$) に注目すると、 $p_{\text{inv}} = 31 \text{ W}$ 、 $p_{\text{ac}} = 33 \text{ W}$ である。つまり、インバータの出力電力は、 11 W 分の損失があることがわかる。この $p_{\text{inv}} + p_{\text{ac}}$ が負荷で消費される電力となる。

次に、負荷抵抗値 R_{load} が 286.9Ω 、 53.3Ω に変化した場合について考える。図5.4(a)から、 R_{load} が 286.9Ω に変動した場合には、 $p_{\text{inv}} + p_{\text{ac}} = 34 \text{ W}$ である。同様に、図5.4(b)から R_{load} が 53.3Ω の場合は、 $p_{\text{inv}} + p_{\text{ac}} = 156 \text{ W}$ である。

図5.4の結果では、インバータの出力電力を一定にするように位相が調節される結果であった。そのため、負荷変動による消費電力の増減は、配電系統からの出力電力で調整されている。ここでは、配電系統からの出力電力を一定にすることを考える。 $p_{\text{ac}} = 33 \text{ W}$ の場合、さきほどの計算からそれぞれの負荷に対して、 $p_{\text{inv}} = 1 \text{ W}$ 、 123 W となる。イン

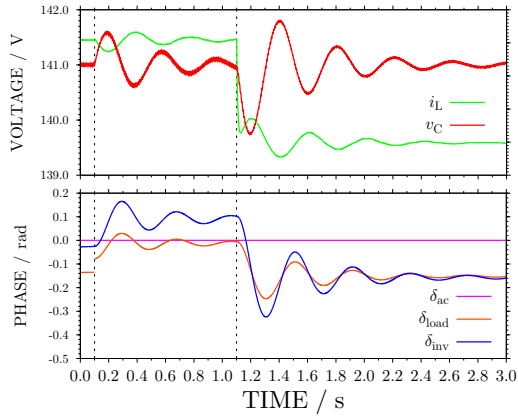
バータの出力までの損失が一定であると仮定すると、ブーストコンバータの目標出力値は、12 W, 134 W とすればよい。これは、単位化した電力では、0.17 pu, 1.91 pu となる。次項では、本項で算出した電力の目標値を用いて、負荷変動後に目標値を切り替えることを検討する。

6.3.2 目標値切り替えによる出力調整

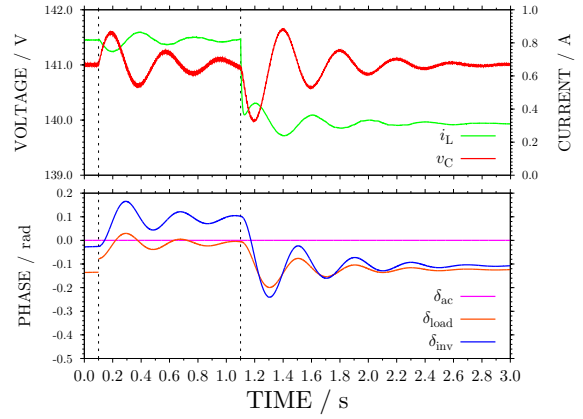
本項では、負荷変動後に出力電力の目標値を変えることによって、配電系統からの電力を一定に保つような調整を数値的に検討する。前項で、負荷変動後の目標値をそれぞれ 0.17 pu, 1.91 pu と求めた。この値は、多くの仮定を含むため、動作の検証として、目標値 0.1 と 0.2 pu, 1.9 と 2.0 pu の場合について行う。そして、負荷変動後に 1 秒後に負荷推定が完了したと仮定し、目標値を切り替える。ここでは、時刻 $t = 0.1$ において負荷抵抗 R_{load} が変動し、 $t = 1.1$ において、目標値を切り替えて定常状態の遷移を実行する。

図 6.11, 6.12 にそれぞれの結果を示す。図 6.11 は、各状態変数の挙動を示す。上図にインダクタ電流 i_L 、キャパシタ電圧 v_C 、下図に位相 δ_{ac} , δ_{load} , δ_{inv} の時間発展をそれぞれ示す。目標電力を変更後、キャパシタ電圧 v_C は 141 V へ収束し、インダクタ電流 i_L はインバータの出力を増減させるために新たな目標値へと収束する。このように目標電力を変更することによって、新たな定常状態に遷移していることが確認できる。次に、インバータと負荷の位相差 $\delta_{inv} - \delta_{load}$ と配電系統と負荷の位相差 $\delta_{ac} - \delta_{load}$ に注目する。負荷が 147.6→286.9 に変動した場合には、インバータと負荷の位相差 $\delta_{inv} - \delta_{load}$ が小さくなり、インバータからの出力電力を減少するように動作している。そして、負荷が 147.6→286.9 に変動した場合には、 $\delta_{inv} - \delta_{load}$ が大きくなり、インバータからの出力電力を増加するように動作する。実際に、図 6.12 において、インバータの出力が調整されていることが確認できる。また、配電系統と負荷の位相差 $\delta_{ac} - \delta_{load}$ は、負荷変動が生じる前の値程度に収束している。図 6.12 の結果から、定常状態の遷移により、配電系統の出力を一定に維持できることが示されている。

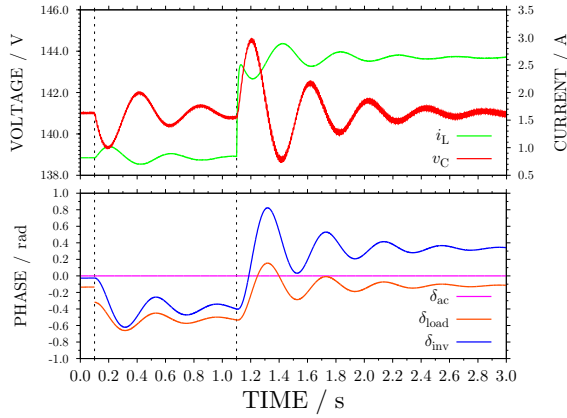
以上の結果から、本節では、負荷変動後にインバータの目標出力電力を調整することによって、定常状態を遷移させ、配電系統の出力を一定に維持できることを数値的に示した。



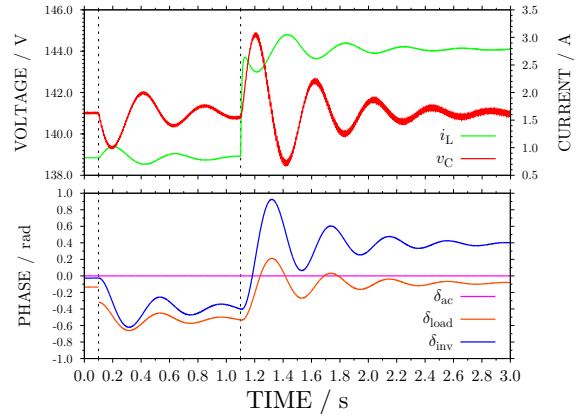
(a) 147.6→286.9, 目標電力 0.1 pu



(b) 147.6→286.9, 目標電力 0.2 pu

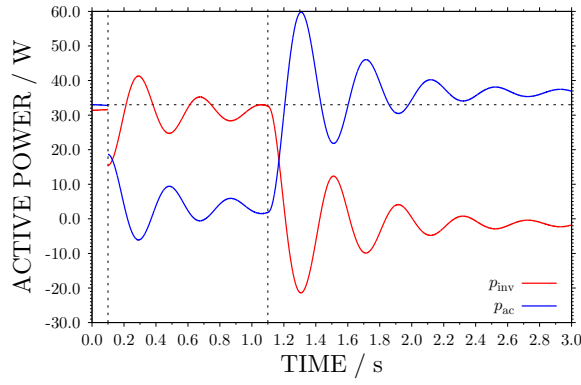


(c) 147.6→53.3, 目標電力 1.9 pu

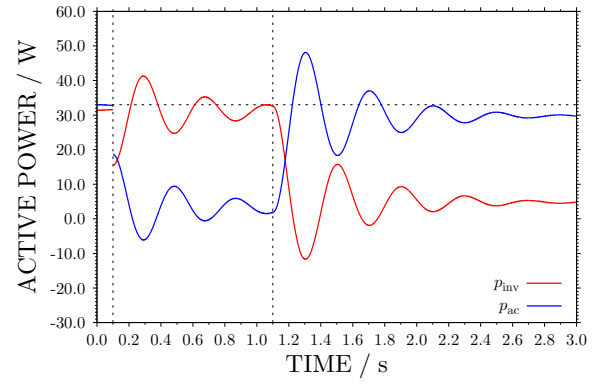


(d) 147.6→53.3, 目標電力 2.0 pu

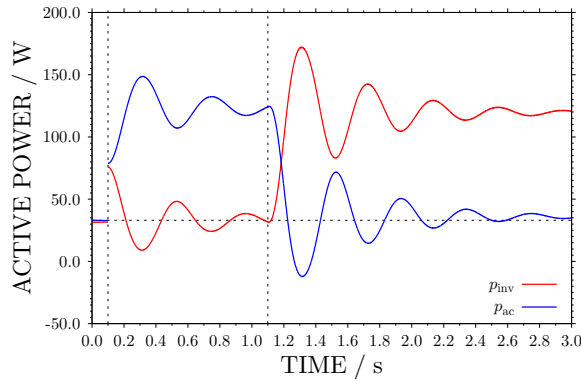
図 6.11: 数値計算におけるインダクタ電流 i_L , キャパシタ電圧 v_C , 位相 δ_{ac} , δ_{load} , δ_{inv} の時間発展. $t = 0.1$ において, 負荷変動が生じ, さらに 1s 後に目標電力の値を変更する. 目標電力を変更することによって, 新たな定常状態に遷移する. (a)(b) 負荷が 147.6Ω から 286.9Ω へ変化する場合 (c)(d) 負荷が 147.6Ω から 53.3Ω へ変化する場合.



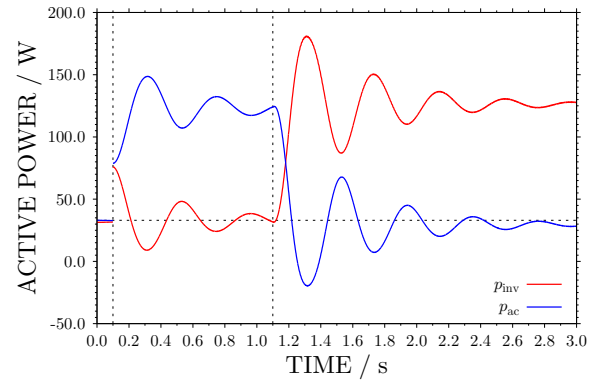
(a) 147.6→286.9, 目標電力 0.1 pu



(b) 147.6→286.9, 目標電力 0.2 pu



(c) 147.6→53.3, 目標電力 1.9 pu



(d) 147.6→53.3, 目標電力 2.0 pu

図 6.12: 数値計算における有効電力の挙動. 赤色の実線がインバータからの出力有効電力 p_{inv} , 青色の実線が配電系統からの出力有効電力 p_{ac} を表す. $t = 0.1$ において, 負荷変動が生じ, さらに 1 s 後に目標電力の値を変更する. 目標電力を変更することによって, 配電系統からの出力有効電力が負荷変動前と同量に収束する. (a)(b) 負荷が 147.6Ω から 286.9Ω へ変化する場合 (c)(d) 負荷が 147.6Ω から 53.3Ω へ変化する場合.

6.4 まとめ

本章では、システムの定常状態を把握するとともに、定常状態を遷移させることについて検討を行った。本節では、その結果についてまとめる。

定常状態の把握として、低次元の力学系におけるポテンシャル関数の再構成について的手法を検討した。単項式で記述されるポテンシャル関数の再構成手法が、パワースペクトルにより解析的に可能であることを示した。これにより、ポテンシャル関数の形状に関して、特定の領域において適用が可能である。さらに、保存系におけるサドル型の平衡点近傍の軌道に対するパワースペクトルから、サドル型の平衡点の線形化固有値を推定可能であることを示した。線形化固有値は、ポテンシャル関数のピークにおける形状を特徴づけるものである。そのため、サドル型の平衡点近傍のポテンシャル関数が再構成可能である。また、減衰系や強制励振系において、保存系における手法を適用すれば、限定した領域に対してポテンシャル関数の再構成が可能であることを示した。ポテンシャル関数の特徴的な箇所に対して、提案した再構成手法は有効である。しかしながら、任意の初期値からの軌道を観測可能であるという仮定が現実的に実現困難であるという問題を含んでいる。

次に、実験系における定常状態の負荷を推定する手法について検討した。任意の初期値を与えられない代わりに、インバータに微小信号を重畳することにより、振動解を得る方法を検討した。そして、この振動に対して、インバータと配電系統に接続する負荷を推定する手法を実験的に検証した。その結果、推定誤差を含むが、 $10\ \Omega$ から $800\ \Omega$ の精度で、負荷を推定することに成功した。また推定誤差が負荷の値に依存することを明らかにした。この推定誤差について、周波数分布、測定誤差、算出誤差、配電系統のインピーダンスの観点から考察を加えた。実用可能にするには、推定誤差の原因を解消しなければならない。

最後に、負荷変動した場合に、定常状態を遷移することによって配電系統からの電力を一定に維持することについて検討した。インバータと配電系統からの出力電力をあらかじめ算出することにより、負荷変動後にインバータから出力することを提案した。分散型電源側の電力変換回路における目標値を出力電力によって調整した。その結果、負荷変動後に配電系統からの出力電力を一定に維持できることを数値的に示した。

第7章 結論

本章では、本論文のまとめと今後の課題について述べる。本論文では、分散型電源が配電系統と連系するシステムにおいて、受動性に基づく制御および位相同期方式を適用した系統連系について検討を行った。以下にその結果をまとめ、今後の課題を述べる。

7.1 まとめ

第2章では、太陽光発電システムの概要を述べた上で、本論文で対象とする分散型電源系統連系システムとその制御について説明した。対象システムは、複数の電力変換器により構成される。まず、各電力変換器の動作を考慮した上で実験条件を導出し、本論文で用いる設計パラメータを定めた。次に、インバータの系統連系手法として、位相同期方式を適用することについて述べた。インバータの入力電圧 v_C による電圧制御発振器を用いた位相同期方式を適用する。位相同期方式により、インバータが同期発電機と対応した動作をすることを示した。これは、慣性を持った同期発電機の特性をインバータに付与することを意味する。そして、システムのエネルギーに注目した受動性に基づく制御により目標値追従を行うことについて述べた。電気回路網だけでなく、スイッチを含む電力変換器においても受動性が成立することを示し、複数の電力変換器が結合した場合にもその性質をが保たれることを示した。分散型電源が系統連系するためには、複数の電力変換器が必要となる。そのため、受動性に基づく制御を適用することが、複数の電力変換器の結合したシステムを制御する際に有効であることを示した。

第3章では、第2章で導出した位相同期方式と受動性に基づく制御による分散型電源系統連系システムのダイナミクスを数値的および実験的に検討した。位相同期方式を用いることによって、インバータの位相 δ_{inv} が、配電系統の電圧位相 δ_{ac} の変動に合わせて自律的に元の位相差となるように収束し、また、インバータの出力位相 δ_{inv} の振動周波数や収束時間が、同期発電機の慣性に対応するキャパシタの容量に依存することを示

した。さらに、受動性に基づく制御を適用することにより、状態変数であるインダクタ電流 i_L およびキャパシタ電圧 v_C が目標値に追従することを確認し、受動性に基づく制御の妥当性および有効性を示した。さらに、過渡挙動において、制御ゲイン k_1, k_2 依存性を検討し、その決定するための考え方を示した。

第4章では、配電系統が瞬時電圧低下を生じる場合において、分散型電源の電力変換器の耐性を検討した。瞬時電圧低下による影響の防止は、需要家側の対策が合理的であると言われている。そのため、分散型電源を系統連系する電力変換器には、瞬時電圧低下の耐性が求められる。そこで本章では、瞬時電圧低下が生じた場合において、分散型電源の電力変換器の挙動について検討した。電圧振幅が50%に低下する瞬時電圧低下の場合、瞬時電圧低下中も、受動性に基づく制御により状態変数が目標値へ追従を達成し、位相同期方式により系統連系を維持することを数値的に確認し、実験系を構築して実証した。さらに、瞬時電圧低下回復後には元の定常状態へ収束することを示している。電圧振幅が10%にまで低下する場合には、系統連系を実現するインバータの出力電圧の位相が定まらないことから、分散型電源の系統連系を維持できない。しかしながら、瞬時電圧低下回復2秒後には再び元の定常状態への同期復旧を確認した。これらの結果により、受動性に基づく制御および位相同期方式は瞬時電圧低下に対して有効な系統連系手法となりうることを示した。

第5章では、分散型電源と配電系統に接続した負荷抵抗が変動した場合において、分散型電源の電力変換器の挙動について検討した。負荷抵抗の変動は、日常的に負荷を使用するタイミングに合わせて切り替えることにより発生する。そのため、負荷抵抗値の変動に対して、対象システムの動作を検討することにより、実用可能性を示す必要がある。本章では、負荷抵抗値が倍増または半減した場合にも、受動性に基づく制御により状態変数が目標値へ追従を達成し、位相同期方式によりインバータの出力電力を変えずに系統連系を維持することを数値的に確認し、実験系により実証した。さらに、インバータの入力電圧に生じる脈動について考察を加えた。インバータの入力電圧に生じる脈動は、インバータのスイッチングによるものであることを明らかにした。

第6章では、はじめに低次元の力学系におけるポテンシャル関数の再構成手法を検討した。この提案手法は、ポテンシャル関数上を振動する解の軌道を計算し、その軌道に対するパワースペクトルを用いるものである。この提案手法により、ポテンシャル関数の

形状に関して、特定の領域における適用が可能であることを明らかにした。しかしながら、この手法において、任意の初期値の軌道を観測可能であるという仮定が現実的ではない。そこで次に、実験系における定常状態を把握する手法について検討した。振動する解を得るために、インバータに微小信号を重畳することを提案した。そして、この提案を用いることによって、インバータと配電システムとに接続する負荷を推定する手法を実験的に検証した。はじめに、実用可能である条件を得るために、重畳信号の周波数、振幅、測定時間について検討した。その結果より、単独運転検出に用いる周波数である 10 Hz を採用し、実験的な検討により振幅は主成分の 1 % を用いることにした。そして、電力システムの測定系に用いられる機器の時間オーダーから 100 ms ごとに測定を行った。次に本論文で対象とする実験系において、負荷推定手法を適用した。その結果、推定誤差を含むが、負荷を推定することに成功した。そして、定常状態の遷移を数値的に検討した。これは、負荷変動が発生した場合にも、配電システムからの電力を一定に維持することを目的にしている。分散型電源側の電力変換回路における目標値を出力電力によって調整する。その結果、負荷変動後に配電システムからの出力電力を一定に維持可能であることを数値的に示した。

7.2 今後の課題

分散型電源を電力システムに接続して利用することは、今後ますます増加すると予想される。そのため、本論文で検討した受動性に基づく制御および位相同期方式は、分散型電源の導入促進のための重要な制御手法となりうる。受動性に基づく制御および位相同期方式による系統連系について、本論文で得られた結果を前節においてまとめた。本節では、この結果から導かれる今後の課題について述べる。

まず、分散型電源の出力変動に対する解析について述べる。本論文では、インバータの出力側における擾乱に対して電力変換器の挙動を解析することにより、提案手法について議論してきた。そこで今後は、分散型電源の出力変動に対して検討を行う。特に太陽電池は、出力電力および出力電圧が変動することが知られている。本論文で対象として扱ってきた位相同期方式は、先行研究 [110] において、直流電圧値の変動に対して定電圧の出力を維持できることを数値的に示している。この結果を受けて、太陽電池の出力変動に対してその動作を達成することを検証する。

次に、系統連系する電力変換器の構成について考える。本論文で対象とする電力変換器は、昇圧の DC/DC コンバータとインバータの直列接続の構成である。さらに、蓄電装置としてキャパシタを用いて、並列に接続している。実用されるシステムでは、複数のインバータが並列に接続される構成や蓄電装置が双方向 DC/DC コンバータを介して、昇圧コンバータと並列に接続される構成などがある。本論文では、2.3 節において、受動性を満たす電力変換器の直並列接続したシステムは、受動性を満たすことを示した。さらに先行研究 [32] において、複数のĆuk コンバータが接続する場合における結果が報告されている。この結果を受けて、複数の電力変換器が直並列接続した場合に、受動性に基づく制御を用いることについて検討する。

謝辞

本研究は、京都大学大学院工学研究科 電気工学専攻 教授 引原隆士 先生の御指導の下で行われたものであり、ここに博士論文として修めることができました。先生には研究全般に渡って終始変わらぬ御教示と多岐に渡る有益な御示唆を賜りました。本研究を遂行する上で、厳しい御鞭撻と心温まる激励をいつも頂きました。深く感謝致します。

また、京都大学大学院工学研究科 電気工学専攻 教授 萩原朋道 先生、ならびに、同専攻 生存圏研究所 教授 山川宏 先生には、修士課程から現在にかけて、適切な御指導を頂き、実りある議論を賜りました。そして、このたび、博士論文の御審査を賜りました。萩原先生には、受動性に基づく制御に関して懇切丁寧な御指導を賜りました。山川先生には、非線形力学の関連研究の御助言およびダイナミクスに関するコメントを頂きました。両先生方に厚く御礼申し上げます。

京都大学大学院工学研究科 電気工学専攻 講師 薄良彦 先生には、非線形力学、電力工学、制御工学に関して、多面的に適切な御教示と御議論を賜りました。さらに、投稿論文や学会発表の内容についての御討論をして頂きました。厚く御礼申し上げます。

佐藤宣夫 先生 (現 千葉工業大学工学部 電気電子情報工学科 准教授) には、電力変換器の実験研究を行うにあたり、多数の御助言と多大な御協力を頂くとともに、数多くの御援助を賜りました。投稿論文の回答書や JSPS の申請書などの内容に対する丁寧な添削と御助言を賜りました。心から感謝の意を表します。

The University of Nottingham, Lecturer, Alberto Castellazzi 先生には、6 週間の研究インターンとして受け入れて頂き、双方向中性点クランプ型 3 レベルインバータのゲートドライブ回路に関する研究に携わる機会を頂きました。イギリス滞在中は、生活面から実験環境に至るまで、数多くの御援助を賜りました。厚く御礼申し上げます。

舟木剛 先生 (現 大阪大学大学院工学研究科 電気電子情報工学専攻 教授) には、本研究を進めるにあたり、日頃から親身となって御助言を賜りました。感謝致します。

京都大学大学院工学研究科 電気工学専攻 助教 齋藤啓子 先生, 同専攻 特定助教 高橋亮 先生には, 日頃から温かい言葉を賜りました. 御礼申し上げます.

引原研究室の先輩 横井裕一 先生 (現 長崎大学大学院工学研究科 電気電子工学コース 助教) には, 学部4回生の頃から現在にかけて, 数多の議論に御尽力頂き, 本当にお世話になりました. また, 研究に行き詰まったときや悩んでいるときの激励の言葉は, 心の支えとなりました. 心から感謝致します.

Nathbhat Phankong 先生 (現 Rajamangala University of Technology Thanyaburi, Lecturer) および宅野嗣大 博士の両先輩方には, 回路作成のイロハからスイッチング回路に至るまで, 数多くの御教示を頂きました. 感謝致します.

山末耕平 先生, 李明華 博士, 木村真之 先生, Dr. Sketu D Naik, Mr. Oh Jimin, 八尾惇氏, 窪田まど華さん, Mr. Alexandros Kordonis, 宮武想氏をはじめとした引原研究室の先輩方, 同回生および後輩諸氏には, 研究生活に必要な様々な知識について学ばせて頂くとともに, 論文作成にあたり多くの御協力をいただきました. また, 研究生活の中で, 温かい言葉と気遣いを頂きました. 心から御礼申し上げます.

事務的な面だけでなく, いつも親切なお心遣いを頂きました引原研究室の事務補佐員 大野智子さん, 出口良子さんに深く感謝致します.

研究室を越えて, とともに切磋琢磨し, 語り合いそして励まし合った電気系教室の友人, 玉手修平氏, 細江陽平氏, 石井良太氏, 金子健太郎氏, 夏川浩明氏, 渡辺直樹氏, 児島貴徳氏, 福原始 博士, 佐保賢示氏, 南園悠一郎氏, 広瀬政晴氏に深く感謝します.

本研究の一部は, 文部科学省グローバル COE プログラムおよび情報通信研究機構 (NICT) の援助を受けたことを記し, 支援に感謝致します.

最後に, 私の学生生活を支えてくれた両親 南清隆氏, クミ子さん, ならびに, 弟達 陽太氏, 圭佑氏に心より感謝します.

参考文献

- [1] J. M. Carrasco, L. G. Franquelo, J. T. Bialasiewicz, E. Galván, R. C. P. Guisado, M. Á. M. Prats, J. I. León, and N. Moreno-Alfonso, Power-electronic systems for the grid integration of renewable energy sources: A survey, *IEEE Transactions of Industrial Electronics*, **53** (4), 1002–1016 (2006).
- [2] 石川忠夫, 分散形電源の電力系統連系技術の最新動向, *電気学会論文誌 B*, **126** (10), 964–968 (2006).
- [3] A. C. Kyritsis, E. C. Tatakis, and N. P. Papanikolaou, Optimum design of the current-source flyback inverter for decentralized grid-connected photovoltaic systems, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, **23** (1), 281–293 (2008).
- [4] A. Pigazo, M. Liserre, R. A. Mastromauro, V. M. Moreno, and A. Dell’Aquila, Wavelet-based islanding detection in grid-connected PV systems, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **56** (11), 4445–4455 (2009).
- [5] Y. Zhang, C. Mensah-Bonsu, P. Walke, S. Arora, and J. Pierce, Transient over-voltages in high voltage grid-connected PV solar interconnection, *Proceedings of 2010 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 1–6 (2010).
- [6] 石原一志, 最近の配電技術の動向と展望, *電気評論*, **95** (4), 7–10 (2010).
- [7] 川崎憲介, 松村茂憲, 岩部功一, 藤村直人, 飯間孝仁, 小規模独立電力系統の自律分散制御について, *電気学会論文誌 B*, **126** (11), 1121–1127 (2006).
- [8] 中島徹也, 次世代エネルギー・社会システム実証 横浜スマートシティプロジェクト (YSCP) の取組, *電気評論*, **96** (10), 20–25 (2011).

- [9] 小林広武, 次世代電力エネルギーシステム技術開発の進展, 電気評論, **97** (10), 7–12 (2012).
- [10] 浅野浩志, 出力変動電源の系統連系技術, 電気学会論文誌 B, **132** (4), 297–300 (2012).
- [11] 谷本宏, 太陽光発電大量導入時における電力系統への影響評価と今後の取組について–太陽光発電の普及拡大に向けた太陽光発電の出力変動量の分析–, 電気評論, **97** (10), 25–29 (2012).
- [12] 不破由晃, 滝波力, 分散型電源導入拡大に伴う諸課題–配電系統連系に関する現状–, 電気評論, **93** (4), 11–15 (2008).
- [13] 小林広武, 山下光司, 瞬時電圧低下が太陽光発電と風力発電に与える影響の実験解明, 電力中央研究所報告, **R10037**, (2011).
- [14] 小林広武, 伊藤正幸, 太陽光発電用パワーコンディショナの運転安定化技術の開発–系統位相急変時における単独運転検出機能の不要検出防止法–, 電力中央研究所報告, **R07029**, (2008).
- [15] 経済産業省 資源エネルギー庁, 電力品質確保に係る系統連系技術要件ガイドライン, (2004).
- [16] C. A. Desoer and E. S. Kuh, Basic circuit theory, (McGraw-Hill, 1969), chap. 19.
- [17] C. A. Desoer and M. Vidyasagar, Feedback systems: Input-output properties, (Academic Press, 1975), chap. 6.
- [18] A. W. Naylor and G. R. Sell, Linear operator theory in engineering and science, Applied Mathematical Sciences, (Springer, 2002), pp. 372–373.
- [19] 有本卓, 新版ロボットの力学と制御, (朝倉書店, 2002), pp. 88–91.
- [20] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Mechanics, third Ed., (Pergamon Press, 1976), pp. 13–15, 25–29, 70–74.

- [21] M. W. Hirsch, S. S. R. L. Devaney, (桐木紳, 三波篤郎, 谷川清隆, 辻井正人 訳), 力学系入門 –微分方程式からカオスまで–, 第2版, (共立出版, 2007), 第13章.
- [22] 前田肇, 正実性と回路網, 計測と制御, **34** (8), 662–670 (1995).
- [23] M. Takegaki and S. Arimoto, A new feedback method for dynamic control of manipulators, Transaction ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement, and Control, **102** (3), 119–125 (1981).
- [24] A. J. van der Schaft, Stabilization of Hamiltonian systems, Nonlinear Analysis Theory, Methods, and Applications, **10** (10), 1021–1035 (1986).
- [25] J. J. E. Slotine and W. Li, On the adaptive control of robot manipulators, the International Journal of Robotics Research, **6** (3), 49–59 (1987).
- [26] R. Ortega and M. W. Spong, Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial, Automatica, **25** (6), 877–888 (1989).
- [27] H. Sira-Ramírez, R. A. Perez-Moreno, R. Ortega, and M. Grcia-Esteban, Passivity-based controllers for the stabilization of DC-to-DC power converters, Automatica, **33** (4), 499–513 (1997).
- [28] G. Escobar, A. J. van der Schaft, and R. Ortega, A Hamiltonian viewpoint in the modeling of switching power converters, Automatica, **35** (3), 445–452 (1999).
- [29] G. Escobar, M. Stanković, and P. Mattavelli, An adaptive controller in stationary reference frame for D-Statcom in unbalanced operation, IEEE Transactions on Industrial Electronics, **51** (2), 401–409 (2004).
- [30] D. Noriega-Pineda, G. Espinosa-Pérez, V. Cárdenas, and J. Alvarez-Ramírez, Passivity-based control of multilevel cascade inverters: High-performance with reduced switching frequency, International Journal of Robust and Nonlinear Control, **20** (9), 961–974 (2010).

- [31] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramírez, Passivity-based control Euler-Lagrange systems, (Springer, 1998), chap. 6, 7, A.
- [32] T. Hikiyama and Y. Murakami, Regulation of parallel converters with respect to stored energy and passivity characteristics, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, **E94-A** (3), 1010–1014 (2011).
- [33] 小室正之, 引原隆士, コンバータ・インバータシステムの受動性に基づく制御に関する検討, 電子情報通信学会 電子通信エネルギー技術研究会 EE, **107**, 23–28 (2007).
- [34] 原田耕介, 村田勝昭, 太陽電池と商用交流電源のインターフェース回路, 電子通信学会論文誌 C, **69-C** (11), 1458–1464 (1986).
- [35] 大西徳生, 古橋昌也, 川崎 憲介, 分散形個別連系太陽光発電システム, 電気学会論文誌 D, **115** (12), 1448–1455 (1995).
- [36] T. Hikiyama, T. Sawada, and T. Funaki, Enhanced entrainment of synchronous inverters for distributed power sources, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, **E90-A** (11), 2516–2523 (2007).
- [37] L. Zhang, L. Harnefors, and H.-P. Nee, Power-synchronization control of grid-connected voltage-source converters, IEEE Transactions on Power Systems, **25** (2), 809–820 (2010).
- [38] 的場智之, 梅村良, 田岡久雄, 川崎章司, 松木純也, 分散型電源による同期化力インバータの基礎検討, 平成 24 年電気学会全国大会, **6-219**, 390–391 (2012).
- [39] 崎元謙一, 三浦友史, 伊瀬敏史, 仮想同期発電機によるインバータ連系分散電源を含むシステムの安定化制御, 電気学会論文誌 B, **132** (4), 341–349 (2012).
- [40] 平瀬祐子, 阿部一広, 杉本和繁, 進藤裕司, 代数型仮想同期発電機モデルによる系統連系インバータ, 電気学会論文誌 B, **132** (4), 371–380 (2012).

- [41] 神山健三, 梶山繁, 守永大策, 本部光幸, 電動機駆動用パワーエレクトロニクスの応用, 日立評論, **10** (10), 57–62 (1988).
- [42] 甲斐隆章, 藤本敏朗, 太陽光・風力発電と系統連系技術, (オーム社, 2010), 第 2, 3 章.
- [43] S. B. Kjaer, J. K. Pedersen, and F. Blaabjerg, A review of single-phase grid-connected inverters for photovoltaic modules, *IEEE Transactions of Industry Applications*, **41** (5), 1292–1306 (2006).
- [44] F. Blaabjerg, R. Teodoresou, M. Liserre, and A. V. Timbus, Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **53** (5), 1398–1409 (2006).
- [45] 金東海, パワースイッチング工学: パワーエレクトロニクスの基礎理論, (電気学会, 2003), pp. 69–70.
- [46] 森本雅之, 入門インバータ工学: しくみから理解するインバータの技術, (森北出版, 2003), pp. 74–77.
- [47] 日原良造, 近代配電工学, (電気書院, 1969), 第 2 章.
- [48] H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza, Control design techniques in power electronics devices, (Springer, 2006), chap. 3, 5.
- [49] J. G. Kassakian, M. F. Schlecht, and G. C. Verghese, Principles of power electronics, (Prentice Hall, 1991), chap. 7, 8, 11.
- [50] D. G. Holmes and T. A. Lipo, Pulse width modulation for power converters – principles and practice–, (Wiley-IEEE Press, 2003).
- [51] W. R. Bennett, New results in the calculation of modulation products, *Bell System Technical Journal*, **12**, 228–243 (1933).
- [52] 谷口勝則, PWM 電力変換システム: パワーエレクトロニクスの基礎, (共立出版, 2007), 第 2, 5 章.

- [53] 大野榮一, パワーエレクトロニクス入門 改訂4版, (オーム社, 2006), pp. 143–144.
- [54] R. W. Erickson and D. Maksimović, Fundamentals of power electronics, second Ed., (Kluwe Academic, 2001), pp. 67–68.
- [55] 飯岡大輔, 榊原邦晃, 横水康伸, 松村年郎, 出原範久, 太陽光発電装置が集中導入された配電系統の電圧上昇と SVC による抑制, 電気学会論文誌 B, **126** (2), 153–158 (2006).
- [56] E. W. Kimbark, Power system stability, Vol. III, (John Wiley & Sons, 1956), pp. 52–136, 214–242.
- [57] 林泉, 電力系統, (昭晃堂, 1976), pp. 119–121.
- [58] 芹澤康夫, 電力システム工学, (丸善, 1996), pp. 65–67.
- [59] 藤本健治, ハミルトニアンシステムの制御, 計測と制御, **39** (2), 99–104 (2000).
- [60] 藤本健治, メカニカルシステムの非線形制御における未解決問題, 計測と制御, **39** (2), 1–7 (2002).
- [61] B. M. Maschke, A. J. van der Schaft, and P. C. Breedveld, An intrinsic Hamiltonian formulation of network dynamics: Non-standard Poisson structures and gyrators, Journal of the Franklin Institute, **329** (5), 923–966 (1992).
- [62] A. J. van der Schaft, Port-controlled Hamiltonian systems: Towards a theory for control and design of nonlinear physical systems, Journal of the Society of Instrument and Control Engineers, **39** (2), 91–98 (2000).
- [63] 卯本重郎, 電磁気学, (昭晃堂, 1975), pp. 255–256.
- [64] 宮入庄太, 電気・機械エネルギー変換工学, (丸善, 1976), 第3–5章.
- [65] P. M. Anderson and A. A. Fouad, Power system control and stability, second Ed., (Wiley-IEEE Press, 2002).

- [66] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. V. Cutsem, and V. Vittal, Definition and classification of power system stability, *IEEE Transactions on Power Systems*, **19** (2), 1387–1401 (2004).
- [67] IEEE/SCC22, IEEE recommended practice for monitoring electric power quality, (IEEE Std, 1995), chap. 4.
- [68] 坂本幸治, 阿部実, 瞬時電圧低下現象, *電気学会誌*, **128** (9), 598–601 (2008).
- [69] M. F. McGranaghan, D. R. Mueller, and M. J. Samotyj, Voltage sags in industrial systems, *IEEE Transactions on Industry Applications*, **29** (2), 397–403 (1993).
- [70] 松浦敏明, 吉野輝雄, 瞬時電圧低下対策, *電気学会誌*, **128** (9), 602–605 (2008).
- [71] S. S. Choi, B. H. Li, and D. M. Vilathgamuwa, Dynamic voltage restoration with minimum energy injection, *IEEE Transactions on Power Systems*, **15** (1), 51–57 (2000).
- [72] B. Han, B. Bae, H. Kim, and S. Baek, Combined operation of unified power-quality conditioner with distributed generation, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **21** (1), 330–338 (2006).
- [73] Y. Q. Zhan, S. S. Choi, and D. M. Vilathgamuwa, A voltage-sag compensation scheme based on the concept of power quality control center, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **21** (1), 296–304 (2006).
- [74] E. R. Collins and J. Jiang, Voltage sags and the response of a synchronous distributed generator: A case study, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **23** (1), 442–448 (2008).
- [75] 五十嵐浩明, 赤木泰文, 瞬時電圧低下補償装置のシステム構成と運転特性, *電気学会論文誌 D*, **123** (9), 1021–1028 (2003).

- [76] 山田正樹, 鈴木昭弘, 岩田明彦, 菊永敏之, 吉安一, 山本和生, 羽田野伸彦, 階調制御型瞬低補償装置の提案, 電気学会論文誌 D, **125** (2), 119–125 (2005).
- [77] 河崎吉則, 佐野耕市, 池田幸市, 瞬時電圧低下対策装置, 日新電機技報, **52** (3), 11–18 (2007).
- [78] 上田智之, 駒見慎太郎, 分散型電源大量導入時における動的負荷を考慮した過渡安定度, 電気学会論文誌 B, **126** (10), 969–976 (2006).
- [79] 上田智之, 駒見慎太郎, 分散型電源大量導入時における動的負荷の安定性解析, 電気学会論文誌 B, **127** (2), 371–378 (2007).
- [80] 独立行政法人新エネルギー・産業技術総合開発機構研究評価委員会, 「新エネルギー技術研究開発単独運転検出装置の複数台連系試験技術開発研究」事後評価報告書, (2011).
- [81] J. Guckenheimer and P. Holmes, Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields, (Springer-Verlag, 1983), chap. 1.
- [82] C. S. Hsu, Cell-to-cell mapping –a method of global analysis for nonlinear systems–, (Springer-Verlag, 1987).
- [83] M. S. Bartlett, Periodogram analysis and continuous spectra, Biometrika, **37**, 1–16 (1950).
- [84] B. O. Koopman, Hamiltonian systems and transformations in Hilbert space, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, **17** (5), 315–318 (1931).
- [85] H. Broer and F. Takens, Mixed spectra and rotational symmetry, Archive for Rational Mechanics and Analysis, **124** (1), 13–42 (1993).
- [86] J. Ding, The point spectrum of Frobenius-Perrono and Koopman operators, Proceedings of the American Mathematical Society, **126** (5), 1355–1361 (1998).

- [87] A. Lasota and M. C. Mackey, Chaos, fractals, and noise —stochastic aspects of dynamics—, second Ed., (Springer, 1998).
- [88] I. Mezić, Spectral properties of dynamical systems, model reduction and decompositions, *Nonlinear Dynamics*, **41** (1/3), 309–325 (2005).
- [89] J. V. Milczewski, G. H. F. Diercksen, and T. Uzer, Computation of the Arnold’s web for hydrogen atom in crossed electric and magnetic fields, *Physical Review Letters*, **76** (16), 2890–2893 (1996).
- [90] C. Chandre, S. Wiggins, and T. Uzer, Time-frequency analysis of chaotic systems, *Physica D*, **181** (3/4), 171–196 (2003).
- [91] I. Mezić and S. Wiggins, A method for visualization of invariant sets of dynamical systems based on the ergodic partition, *Chaos*, **9** (1), 213–218 (1999).
- [92] Z. Levnajić and I. Mezić, Ergodic theory and visualization I: Mesochronic plots for visualization of ergodic partition and invariant sets, *Chaos*, **20** (033114), 1–19 (2010).
- [93] Z. Levnajić and I. Mezić, Ergodic theory and visualization II: Visualization of resonances and periodic sets, 1–14 Preprint: arXiv:0808.2182 (2008).
- [94] I. Mezić and A. Banaszuk, Comparison of systems with complex behavior, *Physica D*, **197** (1/2), 101–133 (2004).
- [95] G. Froyland and K. Padbergb, Almost-invariant sets and invariant manifolds —connecting probabilistic and geometric descriptions of coherent structures in flows—, *Physica D*, **238** (16), 1507–1523 (2009).
- [96] M. Dellnitz and O. Junge, Almost invariant sets in Chua’s circuit, *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*, **7** (11), 2475–2485 (1997).

- [97] M. Dellnitz and O. Junge, On the approximation of complicated dynamical behavior, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **36** (2), 491–515 (1999).
- [98] G. Froyland, K. Padberg, M. H. England, and A. M. Treguier, Detection of coherent oceanic structures via transfer operators, *Physical Review Letters*, **98** (22), 224503–1–224503–4 (2007).
- [99] E. J. Hannan, *Time series analysis*, (Chapman & Hall/CRC, 1967), chap. 3.
- [100] A. Papoulis, *The Fourier integral and its applications*, (McGraw-Hill, 1962), pp. 240–252.
- [101] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics*, third Ed., (Pergamon Press, 1976), pp. 25–29, 70–74.
- [102] H. Goldstein, *Classical mechanics*, second Ed., (Addison-Wesley, 1980), pp. 59–64.
- [103] 宮内肇, 北裕幸, 石亀篤司, 競争環境下での電力系統解析技術, *電気学会論文誌 B*, **127** (10), 1056–1059 (2007).
- [104] 植木悠次, 原亮一, 北裕幸, 長谷川淳, 社会余剰に基づく電圧アンシラリーサービスへの貢献度評価, *電気学会論文誌 B*, **128** (10), 1243–1251 (2008).
- [105] 浅野浩志, 需要家サイドから見た新しいエネルギーシステムの可能性, *電気学会論文誌 B*, **124** (1), 3–6 (2004).
- [106] 三谷康範, 位相同期計測を用いたスマート電力監視技術, *電気学会論文誌 B*, **130** (9), 791–794 (2010).
- [107] 太田宏次, 井上紀宏, 伊藤久徳, 福島宣夫, 小俣和也, 森田憲一, 小海裕, オンライン安定度計算による脱調未然防止システム (TSC) の開発, *電気学会論文誌 B*, **115** (1), 75–84 (1995).
- [108] 寺田哲哉, 原有治, 西入秀明, 佐藤孝, 中部電力 (株) 新オンライン TSC システム, *東芝レビュー*, **64** (9), 62–65 (2009).

- [109] 臼井正洋, 岩本伸一, GPS による同時刻データを用いたオンライン系統パラメータ推定, 電気学会論文誌 B, **117** (6), 822–829 (1997).
- [110] 澤田理, 引原隆士, 舟木剛, 分散電源系統連系システムの PLL を用いた制御方法に関する考察, 電子情報通信学会電子通信エネルギー技術研究会 EE, **104**, 47–52 (2005).
- [111] 稲葉保, パワー MOSFET 活用の基礎と実際, (CQ 出版, 2004), 第 3–5 章.
- [112] 電気学会 半導体電力変換システム調査専門委員会 編, パワーエレクトロニクス回路, (オーム社, 2000), pp. 32–39, 138–139.
- [113] B. J. Baliga, Fundamentals of power semiconductor devices, (New York: Springer, 2008), chap. 6.
- [114] K. Harada and T. Ninomiya, Optimum design of RC snubbers for switching regulators, IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, **AES-15** (2), 209–218 (1979).
- [115] 電気学会 半導体電力変換方式調査専門委員会 編, 半導体電力変換回路, (電気学会, 1987), pp. 36–41.
- [116] 根葉保彦, 石坂耕一, 松本洋和, 伊藤良三, スナバエネルギー回生機能を持つ単相昇圧形整流器, 電気学会論文誌 D, **129** (8), 856–857 (2009).
- [117] 松本洋和, 石坂耕一, 根葉保彦, 伊藤良三, 並列入力直列出力構成の単相昇圧形整流器, 電気学会論文誌 D, **129** (9), 947–948 (2009).
- [118] 伊藤良三, 石坂耕一, 共振スナバを用いた低入力電流歪み単相昇圧形整流器, 電気学会論文誌 D, **129** (11), 1135–1136 (2009).
- [119] 山崎弘郎, 電気電子計測の基礎—誤差から不確かさへ—, (電気学会, 2005), pp. 75–76.

研究業績

学術論文

- M. Minami and T. Hikihara, Reconstitution of Potential Function by Power Spectra of Trajectories in Nonlinear Dynamical Systems, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, **E95-A** (2), 613–616 (2012).
- 南 政孝, 引原 隆士, 受動性に基づく分散型電源の配電系統連系制御方式に関する検討, システム制御情報学会論文誌, **25** (10), 257–265 (2012).
- 南 政孝, 引原 隆士, 分散型電源の受動性に基づく目標値追従および系統連系制御手法 – 瞬時電圧低下の耐性について – 電気学会論文誌 D (accepted for publication).

国際学会予稿集

- M. Minami and T. Hikihara, A Spectral Reconstitution Method of Potential Function in Dynamical System, 2009 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2009), Modeling and Simulation I B3L-D, Sapporo, Japan, October 20, 2009.

国内学会予稿集

- 薄 良彦, 南 政孝, 引原 隆士, 交直連系系統を対象とする微分代数方程式の共存解に関する一検討, 電子情報通信学会 総合大会, 非線形問題 A-2-6, 北九州市立大学, 2008 年 3 月 19 日.

- 南 政孝, 引原 隆士, 力学的構造のパワースペクトル分布に基づく一検討 -Duffing 方程式に関して-, 平成 20 年電気関係学会 関西支部連合大会, 電気理論・電気物理・レーザ応用 G1-25, 京都工芸繊維大学 松ヶ崎キャンパス, 2008 年 11 月 9 日.
- 南 政孝, 引原 隆士, Duffing 方程式の大域構造及び局所構造に関するパワースペクトル分布に基づく検討, 電子情報通信学会 非線形問題研究会, NLP2008-76, 石川県文教会館, 2008 年 12 月 9 日.
- 南 政孝, 引原 隆士, 不安定多様体上におけるパワースペクトルに基づく位相構造の一検討, 平成 21 年電気関係学会 関西支部連合大会, 関西からはばたく最新技術 P-3, 大阪大学 吹田キャンパス, 2009 年 11 月 7 日.
- 引原 隆士, 植月 亮太, 南 政孝, 交流直接変換のスイッチングパターン生成に関する数値的検討, 平成 21 年電気関係学会 関西支部連合大会, 電気機器・産業応用/パワーエレクトロニクス G4-4, 大阪大学 吹田キャンパス, 2009 年 11 月 7 日.
- 南 政孝, 引原 隆士, パワースペクトルのレベル集合を用いた位相構造の検討, 第 54 回システム制御情報学会研究発表講演会, 推定・計測・信号解析 F362, 京都リサーチパーク, 2010 年 5 月 21 日.
- M. Minami, Y. Susuki, and T. Hikiyara, Analysis of Recurrence in Dynamical System Based on Power Spectra of Finite-Time Trajectories, 電子情報通信学会, 2011 年総合大会, 非線形問題 A-2-15, 東京都市大学 世田谷キャンパス, 2011 年 3 月 15 日.
- M. Minami, Y. Susuki, and T. Hikiyara, Analysis of Recurrence in High-Dimensional Nonlinear System Based on Power Spectra of Finite-Time Trajectories, 第 55 回システム制御情報学会研究発表講演会, 非線形システム H45-5, 大阪大学 吹田キャンパス, 2011 年 5 月 19 日.
- 南 政孝, 小室正之, 引原 隆士, 受動性に基づく分散型電源の配電系統連系制御方式に関する数値的検討, 電子情報通信学会 電子通信エネルギー技術研究会, EE2011-27, 機械振興協会, 2011 年 11 月 18 日.

- 南 政孝, 引原 隆士, 分散型電源の受動性に基づく配電系統への追従及び連系, 第 56 回システム制御情報学会研究発表講演会, 制御技術 M13-1, 京都テルサ, 2012 年 5 月 21 日.
- 南 政孝, 引原 隆士, 瞬時電圧低下に対する分散型電源系統連系システムの目標値追従及び連系に関する数値的検討, 平成 24 年産業応用部門大会, R1-2-2: 電力変換回路・制御方式 (DC-AC 変換), 1-25, 千葉工業大学 津田沼キャンパス, 2012 年 8 月 21 日.
- 南 政孝, 引原 隆士, 分散型電源の受動性に基づく目標値追従および位相同期方式による系統連系 – 負荷変動に対する過渡動作の検討 –, 電気学会 電子回路研究会, ECT-12-078, 熊本大学 黒髪南キャンパス, 2012 年 10 月 5 日.

セミナーおよびシンポジウム

- 南 政孝, 引原 隆士, Duffing 方程式の大域構造に関するパワースペクトル分布に基づく検討, NOLTA 秋の学校「カオス現象論」, リヴァージュ・スパひきがわ, 2008 年 10 月 25 日.
- 南 政孝, 非線形力学系における大域構造の解析に向けた一検討, G-COE セミナー 第 2 回セミナー道場, 淡路夢舞台国際会議場, B-20, 2009 年 10 月 31 日.
- 南 政孝, パワースペクトルに基づく二次元非自励系の位相構造に関する一検討, 非線形問題勉強会, 東京電機大学, 2009 年 11 月 28 日.
- 南 政孝, 非線形力学系におけるパワースペクトルに基づく位相構造の検討, 3 大学 G-COE 合同セミナー道場, B-25, ホテルウェルネス大和路, 2010 年 9 月 4 日.
- 南 政孝, 分散型電源の非線形力学に基づく系統連系に関する研究, セミナー道場, B-10, 関西セミナーハウス, 2011 年 9 月 10 日.
- M. Minami, Passivity-Based Control for Linkage Method between Power Network and Distributed Power Source, 5th GCOE International Symposium on

Photonics and Electronics Science and Engineering, P-47, Katsura campus, Kyoto University, March 9, 2012.

- 南 政孝, 瞬時電圧低下に対する分散型電源系統連系システムの目標値追従及び連系に関する実験的検討, セミナー道場, A-20, 淡路夢舞台国際会議場, 2012 年 11 月 17 日.

受賞

- 平成 21 年 4 月 平成 20 年電気関係学会関西支部連合大会 奨励賞
- 平成 24 年 5 月 システム制御情報学会 2012 年度学会賞「奨励賞」
- 平成 24 年 11 月 平成 24 年度光電子理工学セミナー道場 人気ポスター賞

付録

付録 A	ゲートドライブ回路	147
付録 B	RC スナバ回路	165
付録 C	インバータの出力電圧波形に対する二重 Fourier 級数展開	177
付録 D	実験に用いる測定系の構築およびデータ処理	181
付録 E	保存系に対する基本角周波数 ω_1 と初期値 x_0 の関係	183

付 録 A ゲートドライブ回路

本章では、ブーストコンバータおよびインバータのゲートドライブ回路を説明する。これは、図 2.25 における中央部左のアクチュエータに相当する。

MOSFET などのパワースイッチ素子によるスイッチを含む電力変換器では、多くの場合、ゲートドライブ回路の絶縁が必要である [111]。その理由は、主に 2 つある。まず、パワー回路 (図 2.25 の上部に相当) と信号回路 (図 2.25 の中央部以下に相当) を絶縁することによって、パワー回路の高電圧、大電流の影響が信号回路に波及することを防ぐためである。本論文で対象とするパワー回路において、基準となる電圧と電流は、表 2.2 に示すとおり 100 V 以上、数 100 mA オーダーである。一方、信号回路においては、IC を駆動する電圧が 5 V から 12 V 程度であり、電流は数 mA 程度である。使用する電圧および電流のオーダーが大きく異なるので、それぞれの絶縁が必要である。もう 1 つの理由は、基準電位を独立にするためである。MOSFET などのパワースイッチ素子を使用するためには、ゲート-ソース間に電圧を印加する必要がある。図 2.12(a) に示すインバータのようにスイッチ素子のソース電位が異なる場合がある。ゲート-ソース間に電圧を印加するためには、ソース電位をそれぞれ独立にする必要がある。そのため、ゲートドライブ回路を絶縁する必要がある。

ゲートドライブ回路の絶縁には、フォトカプラ TLP250 を使用する。フォトカプラをブーストコンバータとインバータの両方に使用するため、A.1 節でフォトカプラを用いたゲートドライブ回路の説明をする。

そして、ブーストコンバータとインバータの詳細について A.2, A.3 節で説明する。ここでは、信号処理のための回路とゲートによるスイッチング特性の評価を述べる。

A.1 フォトカプラを使用したゲートドライブ回路

本節では、フォトカプラを使用したゲートドライブ回路を説明する。フォトカプラを駆動するには、独立電源が必要である。この独立電源を商用電源から生成する。

図 A.1 に電源回路を示す。商用電源から絶縁トランス (SD-1803, 相原電機社製, 一次電圧 100 V, 二次電圧 14, 16, 18, 20 V, 6VA, 二次電流 0.3 A) で AC100 V を AC14 V に変換する。そして、ダイオードブリッジ (DF08) とアルミ電解コンデンサ 1000 μ F (耐圧 50 V) で DC20 V ($= 14\sqrt{2}$ V) に整流する。

次に図 A.2 にフォトカプラによる絶縁ゲートドライブ回路を示す。フォトカプラは、1 次側の発光ダイオードが発光することにより、2 次側の PN フォトダイオードが受光することによって動作する。この動作を実現するための設計について述べる。まず、1 次側の動作について述べる。2 ピンと 3 ピンが入力端である^(a)。入力する信号が 1 次側の発光ダイオードを動作するように設計する。発光ダイオードの立ち上がり電圧は、データシートから 1.6 V である。そして、発光ダイオード動作時の推奨電流は、データシートから 7 から 10 mA である。また、信号回路の電源電圧が 5 V と設定するので、入力信号の振幅値は 4 から 5 V 程度である。これらのことから、入力抵抗を 300 Ω と設定する。この入力抵抗を 2 ピンに接続する。次に 2 次側について説明する。フォトカプラの駆動電源を 8 ピンと 5 ピンに接続する。ここで、5 ピンが 2 次側の基準電位となる。駆動電源の保証のために、8 ピンと 5 ピンの間に 0.1 μ F のバイパスコンデンサを接続する。そして、2 次側の 6 (または 7) ピン^(b) と 5 ピンが出力端である。この出力端からゲート抵抗を介して、スイッチ素子のドレインとソースに接続する。ブーストコンバータのゲート抵抗は 10 Ω とする。また、インバータのゲート抵抗は、A.3.2 項において詳述する。

A.2 ブーストコンバータのゲートドライブ回路

本節では、ブーストコンバータのゲートドライブ回路を説明する。使用するフォトカプラの回路は、A.1 節で述べた。ここでは、フォトカプラに入力する信号生成について述べる。ブーストコンバータのスイッチング信号は、図 2.5 に示したように、デューティ

^(a)4 ピンは、データシートによると NC (接続無し) である。しかしながら、実験において、3 ピンと 4 ピンを接続しないと動作しないことを確認した。そのため、ここでは、3 ピンと 4 ピンを接続している。

^(b)データシートより、6 ピンと 7 ピンは内部で導通している。

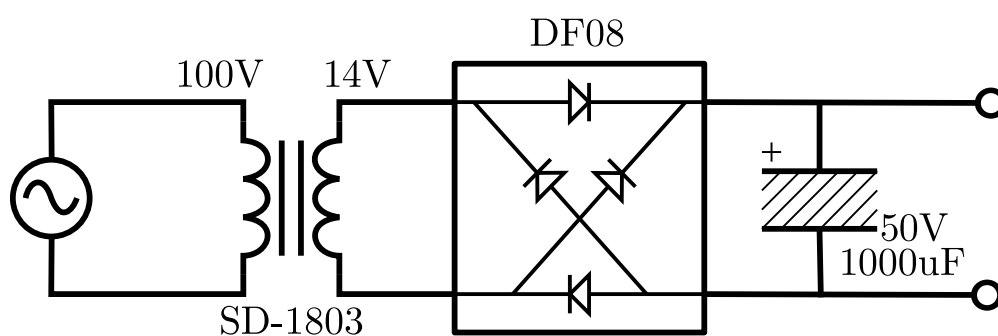


図 A.1: フォトカブラの駆動電源回路

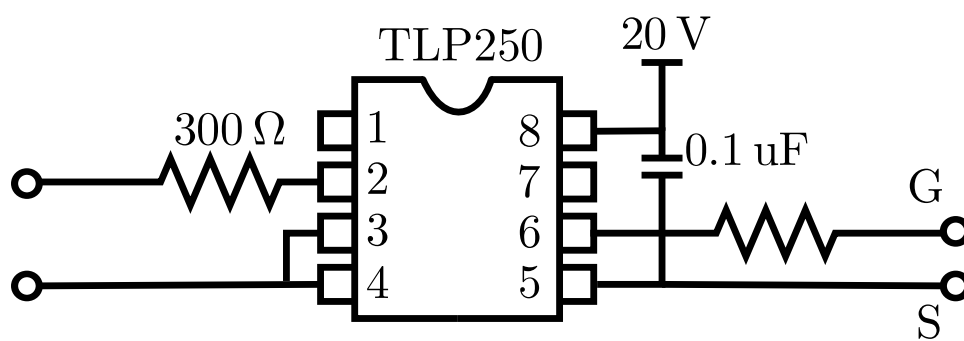
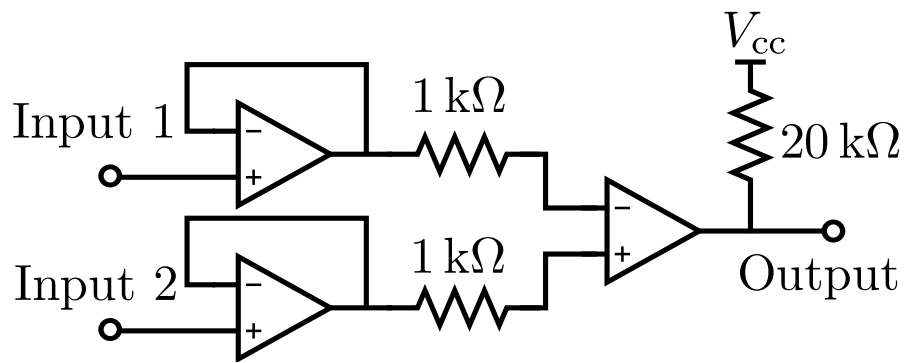


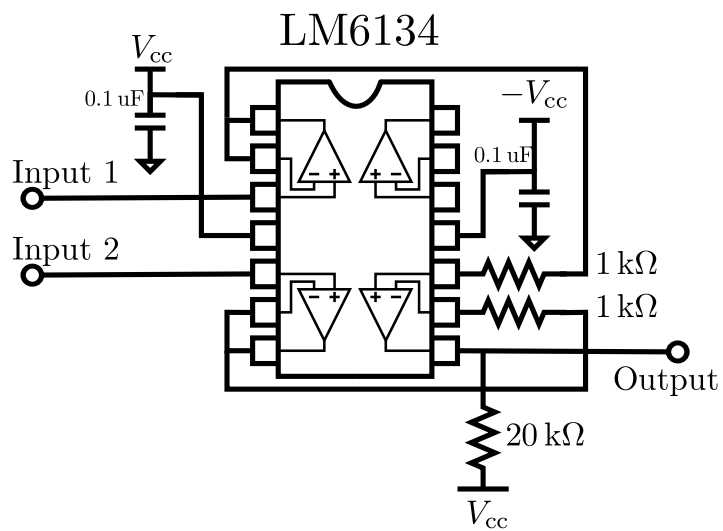
図 A.2: フォトカブラによる絶縁ゲートドライブ回路

比 u_1 と三角波 u_{tri} を比較することにより生成される．そのため，信号生成回路として比較器を作成する．

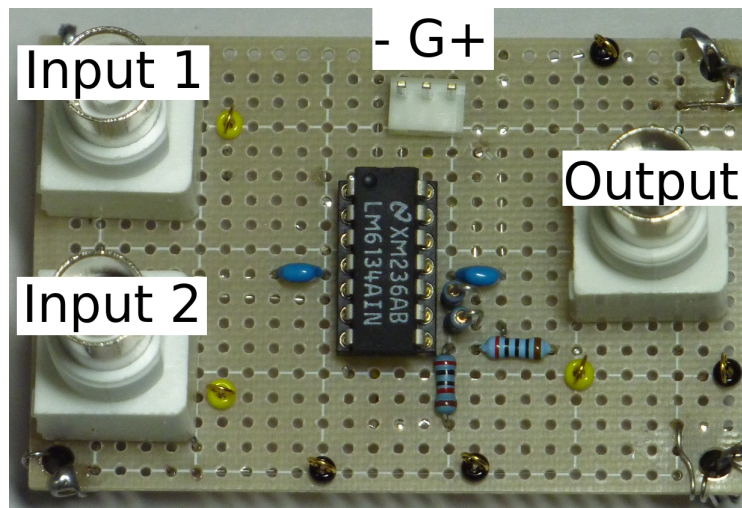
図 A.3 に信号生成回路を示す．まず，回路構成について説明する．図 A.3(a) に回路構成を示す．ここで，入力 1 はデューティ比 u_1 ，入力 2 は三角波 u_{tri} である．デューティ比 u_1 は，Matlab&Simulink で算出した値を d-space によって出力した電圧を用いる．三角波 u_{tri} は，ファンクションジェネレータ (AFG3022B, Tektronix 社製) を用いる．一段目のオペアンプは，ボルテージフォロワーとして機能する．ボルテージフォロワーは，入出力信号が等しく，出力インピーダンスが非常に小さい．そのため，出力電流を確保する効果がある．この回路構成を図 A.3(b) に示す回路で実現する．図 A.3(a) のオペアンプとして，図 A.3(b) に示す LM6134 を使用する．LM6134 はクワッド型のオペアンプで



(a) 回路構成



(b) 回路図



(c) 写真

図 A.3: ブーストコンバータの信号生成回路

ある。ここでは、 $V_{cc} = 5\text{ V}$ とする。LM6134 の駆動電源の保証のために、 $0.1\text{ }\mu\text{F}$ のバイパスコンデンサを接続する。そして、図 A.3(c) の写真に示す回路を作成する。

図 A.3 の出力を図 A.2 の入力に接続したものが、ブーストコンバータのゲートドライブレ回路である。

A.3 インバータのゲートドライブレ回路

本節では、インバータのゲートドライブレ回路を説明する。使用するフォトカプラの回路は、A.1 節で述べた。ここでは、フォトカプラに入力する信号生成とゲート抵抗によるスイッチング特性評価について述べる。インバータの信号生成では、A.2 節と同様に、図 2.11 に示す PWM の参照信号 $V_{ref} = u_2$ と三角波 V_{tri} を比較する。そして、デッドタイムを信号に付与する。このデッドタイムについて A.3.1 項において述べる。次に、スイッチの応答がゲート抵抗に依存することを明らかにし、適切なゲート抵抗を設定することを述べる。

A.3.1 デッドタイム生成回路

本節では、デッドタイム生成回路について述べる。まずデッドタイムの必要性を述べ、その原理について説明する。この原理にしたがって作成したデッドタイム生成回路において、デッドタイムの短縮や喪失といった問題を観測した。その原因を究明するとともに、その解決方を提案し、実験により検討する。

デッドタイムの必要性

インバータ回路のスイッチング信号に、デッドタイムが必要であることについて説明する。インバータは図 2.12(a) のように、スイッチ素子が上下に配置されており、上下のスイッチの ON, OFF が切り替わる。理想的にはスイッチが交互に切り替わることを考えているが、現実にはスイッチ素子の特性、スイッチを駆動するゲートの特性などによって完全に交互に切り替わらない。特にスイッチ素子は、ターンオフの立ち下がり時間がターンオンの立ち上がり時間より長い。この場合、スイッチ素子が切り替わる瞬間に上下のスイッチ素子がオン状態になる。その際に上下短絡が生じるので、大電流が流

れる怖れがある。大電流によるスイッチ素子の破壊を防ぐためには、上下のスイッチ素子がオン状態になる瞬間をなくす必要がある。そこで、スイッチング信号にデッドタイムを設ける。

デッドタイムとは、スイッチ素子のスイッチング信号が切り替わるときに一時的に全てのスイッチ素子をオフにする期間のことである [45, 46, 111, 112]。全てのスイッチ素子がオフ状態の期間を経てから、スイッチ素子がターンオンする。そのため、上述の短絡問題が解決できる。特に、このデッドタイムは上述の特性をカバーする時間を設定する必要がある。しかし、デッドタイムを長くすると出力波形に歪みが増えてしまうのでできるだけ小さくしなければならない。

デッドタイム生成回路の原理

アナログ回路としてデッドタイムを生成する原理について述べる。デッドタイムを生成するためには論理演算 IC と RC 遅延回路を用いる。図 A.4 のように NAND 回路の入力に、元の信号と RC 遅延回路の出力信号を入れる。ここで、 RC 遅延回路は時定数 $\tau = RC$ で定まる。さらに、後段の NOT 回路で入力信号と向きを一致させる。定常時は、NAND 回路に同じ入力が増えらるので、出力信号は入力信号と一致する。ターンオン時、下段の RC 遅延回路によって、NAND 回路の入力が 1 と 0 になるので、NAND 回路の出力は 1 になる。そして、NOT 回路によって 0 になる。 RC 遅延回路の出力が 1 になると、デッドタイム生成回路の出力が 1 になる。この期間がデッドタイムである。またターンオフ時は、元の信号が 0 になるため、デッドタイム生成回路の出力が 0 になり、遅延は生じない。

従来のデッドタイム生成回路の問題点

前項で述べたデッドタイム生成回路の問題を説明する。図 A.5 に PWM 信号を入力した場合のデッドタイム生成回路の出力波形を示す。ここでは、 $R = 20\text{ k}\Omega$, $C = 200\text{ pF}$, 時定数 $4\text{ }\mu\text{s}$ と設定する。赤色と緑色がデッドタイム生成回路後の電圧波形、青色と桃色が参照値 u_2 と三角波である。 $t = 0.1\text{ }\mu\text{s}$ 付近で、緑色の波形が立ち下がり、オフ期間があってから、赤色が立ち上がる。これがデッドタイムである。しかしながら、 $t = 2.2\text{ }\mu\text{s}$

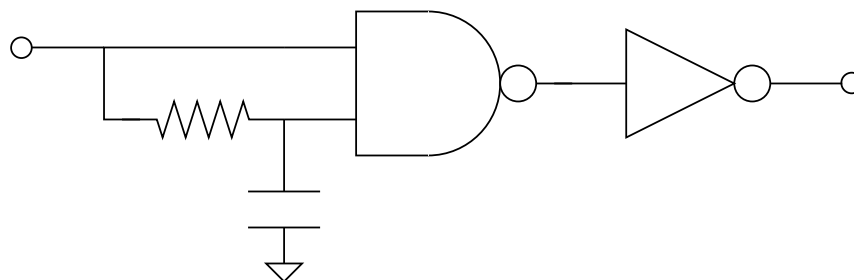


図 A.4: デッドタイム生成回路

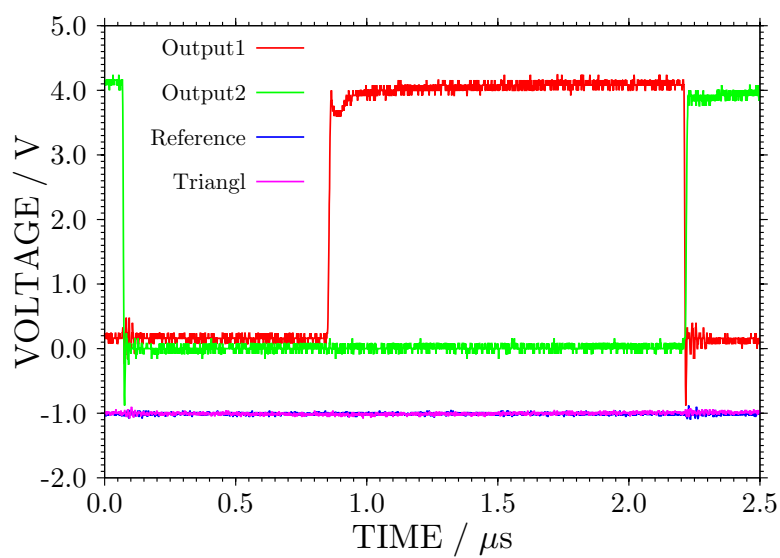


図 A.5: PWM 信号を入力した場合のデッドタイム生成回路の出力波形. 赤色と緑色がデッドタイム生成回路後の電圧波形, 青色と桃色が参照値 u_2 と三角波である.

付近では、このデッドタイムが喪失している。この状態は、上述したようにスイッチ素子の破壊に繋がるので非常に危険である。

この原因について考察する。 RC 遅延回路の時定数は、 $4\mu\text{s}$ に設定した。この時間に対して、図 A.5 の出力 2(緑色) は $2.2\mu\text{s}$ で切り替わっている。そのため、ターンオフ時の RC 遅延回路の出力が十分に 0 に収束していない。 RC 遅延回路の出力が充分 0 に収束する前に、ターンオンの信号が到達するので、デッドタイム生成回路の出力は、デッドタイムを経ずにターンオンする。これが、デッドタイム喪失の原因であると考えられる。

ダイオード挿入によるデッドタイム生成回路の提案

前項で、デッドタイム喪失の原因が RC 遅延回路のキャパシタに電荷が放出する時間がかかることであると説明した。そこでここでは、この問題の解決策を示し、その回路動作の確認を行う。

デッドタイムは、ターンオン時のみ RC 遅延回路が働くことが望ましい。そこで、図 A.6 の回路を提案する。 RC 遅延回路の R と並列にダイオードを挿入する。この構成にすることで、ターンオン時は抵抗を通してキャパシタに電荷が蓄積され、ターンオフ時は、ダイオードを介して電荷が引き抜かれる。そのためターンオフ後すぐにターンオンが生じた場合に、デッドタイムの喪失が回避できる。

図 A.7 にダイオード挿入によるデッドタイム生成回路動作を示す。それぞれ、三角波の周波数が 30 kHz, 60 kHz の場合の結果である。赤色が入力信号、緑色が遅延回路の出力信号、青色が NAND 回路の出力信号、桃色が NOT 回路の出力信号を表す。入力信号が立ち上がってから NOT 回路の出力信号が立ち上がるまでにデッドタイムが確認できる。さらに、入力信号の立ち下がり直後に遅延回路の出力信号も立ち下がる。この結果から、前項のデッドタイム喪失を回避することを確認できた。

A.3.2 ゲート抵抗によるスイッチング特性の評価

本項ではゲート抵抗の値を変化させた場合のスイッチング特性を評価する。特にスイッチング特性は、スイッチング速度およびスイッチング損失といった点に注目する。

スイッチ素子の寄生容量は、ドレイン-ソース電圧に依存する [113]。そのためターンオン時とターンオフ時では、スイッチ速度が異なる。スイッチ素子がオフ状態とは、ド

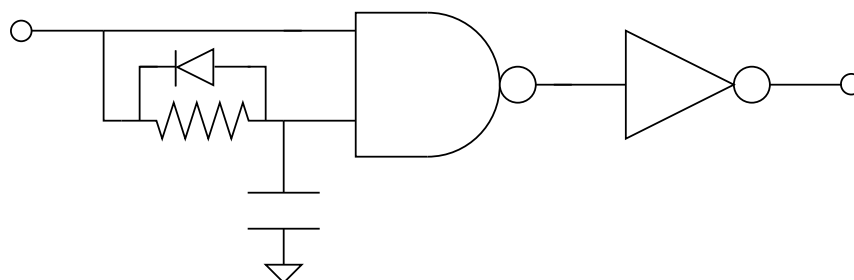
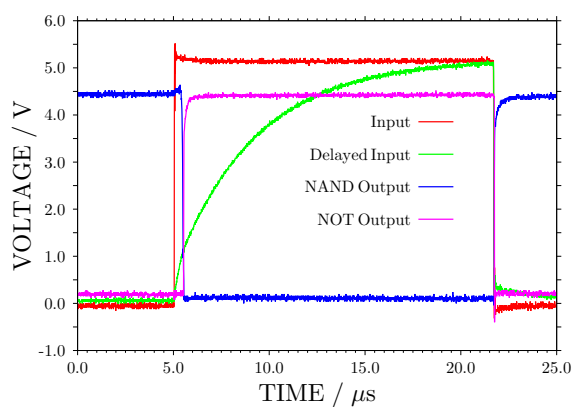
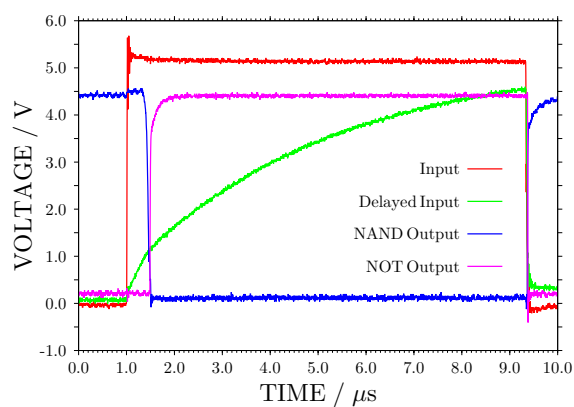


図 A.6: ダイオードを挿入したデッドタイム生成回路



(a) 30 kHz



(b) 60 kHz

図 A.7: ダイオード挿入によるデッドタイム生成回路動作. 赤色が入力信号, 緑色が遅延回路の出力信号, 青色がNAND 回路の出力信号, 桃色がNOT 回路の出力信号を表す. 入力信号が立ち上がってから NOT 回路の出力信号が立ち上がるまでにデッドタイムが確認できる. さらに, 入力信号の立ち下がり直後に遅延回路の出力信号も立ち下がる.

レイン-ソース間に高電圧が印加され、寄生容量が小さい。一方、スイッチがオン状態とは、ドレイン-ソース間が導通するので電圧が 0 になり、寄生容量が大きい。そのため、ターンオンとターンオフのスイッチング時間を調節するには、寄生容量に合わせたゲート抵抗を設定することが必要である。

ゲート抵抗の構成

ゲート抵抗を調整可能にするため、図 A.8 のような回路を組む。図 A.8(a) は、図 A.2 に示したフォトカプラの出力側のゲート抵抗を 3 つの抵抗器の並列接続に変えたものである。1 k Ω の半固定抵抗を用いることによって、抵抗値を調整できる。また上述のように、スイッチ素子がオフ時とオン時では寄生容量が異なる。そのため、ターンオフ時には抵抗値を小さくすることが求められる。そこで、1 k Ω の半固定抵抗にダイオード (SBD, RB201A60) を接続する。これにより、ターンオフ時とターンオン時の抵抗値を異なる値に調整できる。また 100 k Ω の固定抵抗は、動作の安定のために用いる。そして、この構成を用いてゲートドライブ回路を図 A.8(b) のように作成する。

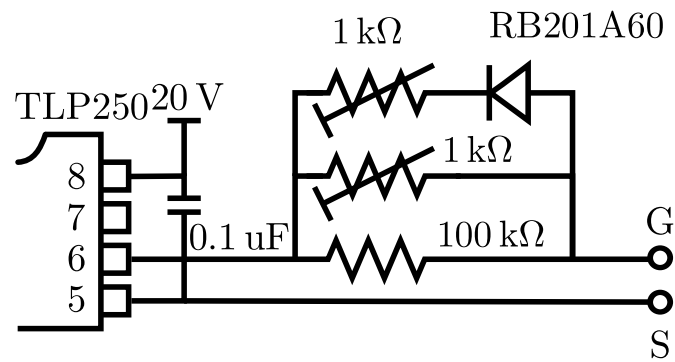
このゲートドライブ回路を用いて、スイッチ素子の特性を検討する。

実験結果

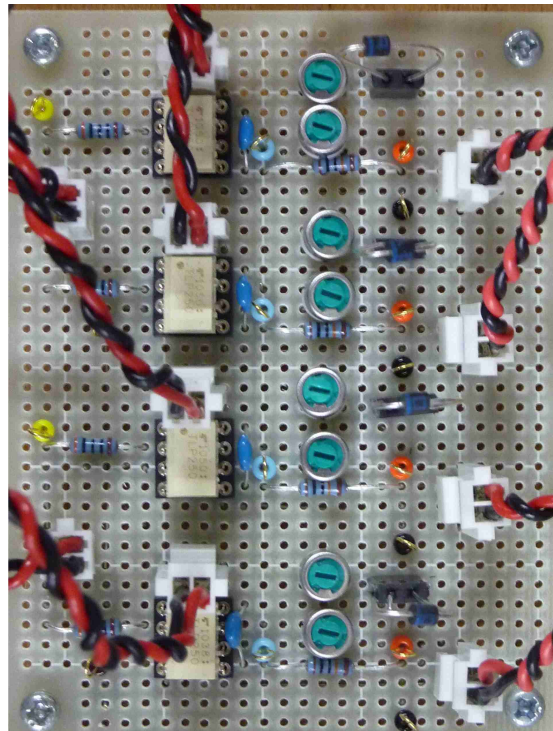
ここでは、ゲート抵抗に対するスイッチング特性を実験的に検討する。ゲート抵抗は半固定抵抗によって調整可能である。そのため抵抗値は、実験ごとにデジタルマルチメータ (TEXIO 社製) を用いて測定する。

図 A.9 にゲート抵抗を変えたときの動作を示す。上図は、赤色がドレイン電流 i_D 、緑色がドレイン-ソース電圧 v_{DS} を表す。中図は、スイッチ素子における損失を表示する。ここで損失は、ドレイン電流 i_L とドレイン-ソース電圧 v_{DS} の積を表示する。下図は、桃色がゲート信号 v_g 、青色がゲート-ソース電圧 v_{GS} を表す。

抵抗値を下げるにしたがって、定性的にスイッチング速度が早くなり、損失が小さくなっている。電流 i_D に注目すると、図 A.9 において、70 Ω 以下の場合にはターンオン後にリングングが発生する。抵抗が大きい場合には、寄生インダクタの成分は抵抗や寄生キャパシタに比べて無視できるほど小さいが、抵抗が小さい場合には、寄生インダクタ

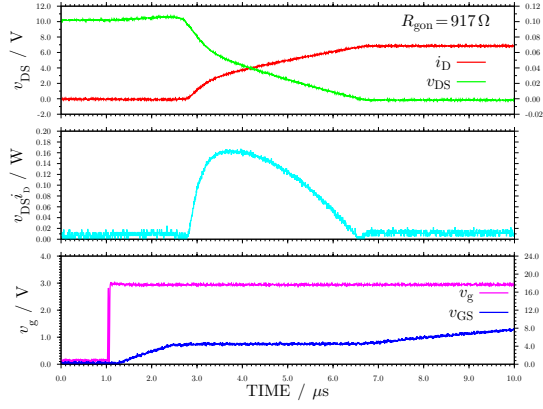


(a) 回路図

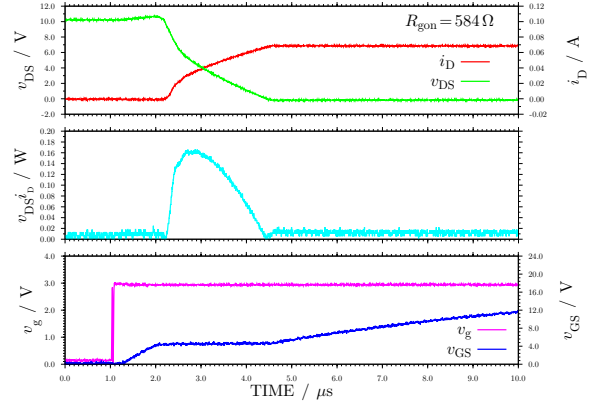


(b) 写真

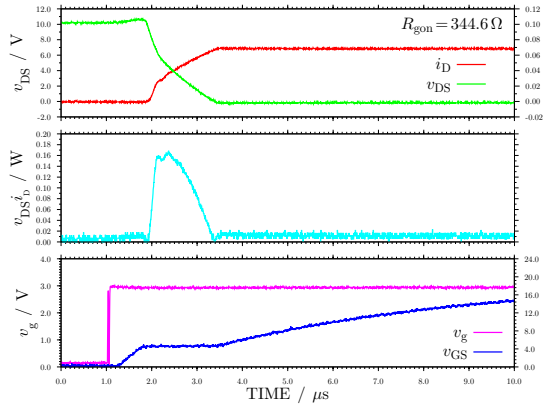
図 A.8: インバータのゲートドライブ回路. ターンオン時とターンオフ時のゲート抵抗を調整するために, 半固定抵抗とダイオードを使用する. (a) の回路を (b) において, 4 つ使用する.



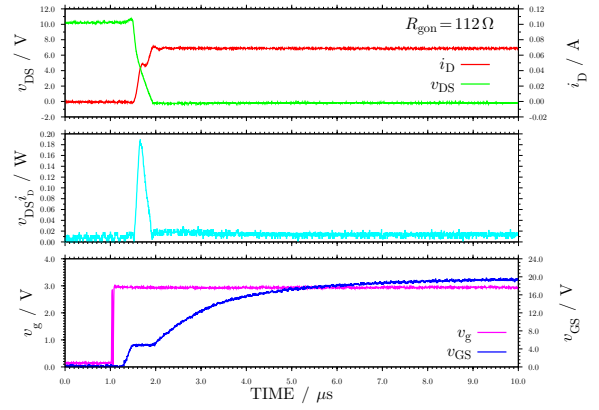
(a) $R_{\text{gon}} = 917 \Omega$



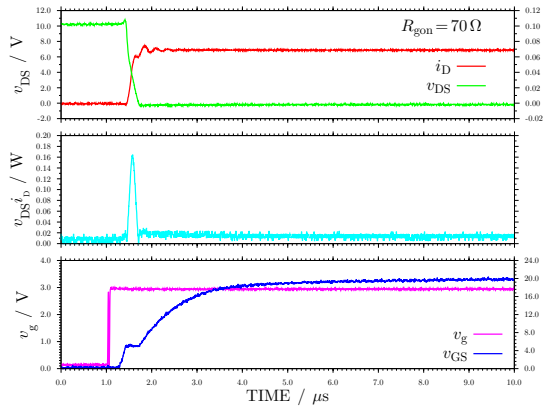
(b) $R_{\text{gon}} = 584 \Omega$



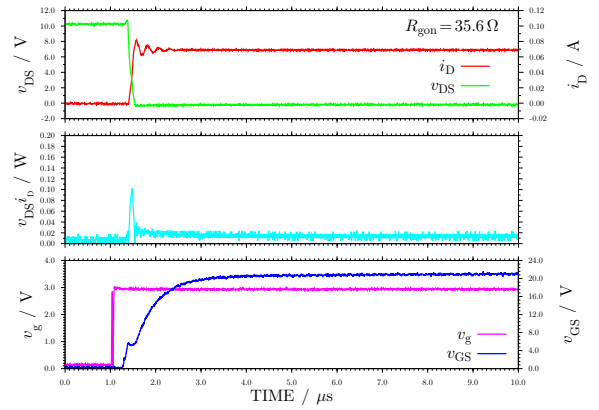
(c) $R_{\text{gon}} = 344.6 \Omega$



(d) $R_{\text{gon}} = 112 \Omega$



(e) $R_{\text{gon}} = 70 \Omega$



(f) $R_{\text{gon}} = 35.6 \Omega$

図 A.9: ゲート抵抗 R_{gon} を変化させたときの回路動作. 上図は, 赤色がドレイン電流 i_L , 緑色がドレイン-ソース電圧 v_{DS} を表す. 中図は, スイッチ素子における損失を表示する. ここで損失は, ドレイン電流 i_L とドレイン-ソース電圧 v_{DS} の積を表示する. 下図は, 桃色がゲート信号 v_g , 青色がゲート-ソース電圧 v_{GS} を表す.

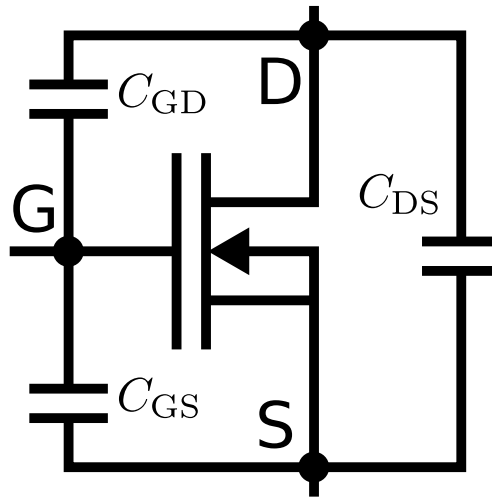


図 A.10: MOSFET の寄生容量の構造 [113]

と寄生キャパシタによる振動が表れる. このリングングが発生しない程度の抵抗を選択する必要がある. 以上よりターンオン時のゲート抵抗の値は, 70 から 100 Ω に設定する.

図 A.9 の動作について文献 [113] に基づいて説明する. 説明のため, 使用するスイッチ素子である MOSFET の寄生容量を図 A.10 に示す. さらに, 図 A.9 の波形の概略を図 A.11 に示す.

図 A.11 を用いて動作を説明する. $t < 0$ では, スイッチはオフ状態である. そのため, C_{GD} と C_{DS} に電荷が蓄積され, C_{GS} には蓄積されていない. $0 \leq t \leq t_2$ において, C_{GS} に電荷が蓄積され, C_{GD} の電荷が放出される. このとき, スイッチはオフ状態を維持するので, C_{DS} の電荷は変化せず, 同電位を保つ. つまり, $C_{GD} + C_{GS}$ のキャパシタの充電と等価である. C_{GS} に充電することによって, ゲート-ソース電圧 v_{GS} が増加する. そして, v_{GS} が閾値電圧 V_{th} に達する時刻が $t = t_1$ である. v_{GS} が閾値電圧 V_{th} に達することによって, ドレイン電流 i_D が流れ始める. ドレイン電流 i_D がオン時の電流値に達するとき, スイッチ素子がオン状態となる. $t_2 < t$ においてスイッチ素子がターンオンすることにより, ドレイン-ソース電圧 v_{DS} が減少する. このとき, ドレイン電流 i_D が一定であるので, ゲート-ソース電圧 v_{GS} は一定になる. ゲート-ソース電圧 v_{GS} が一定となる電圧値 V_{GP} は, ゲート停滞電圧 (gate plateau voltage) と呼ばれている [113]. その後,

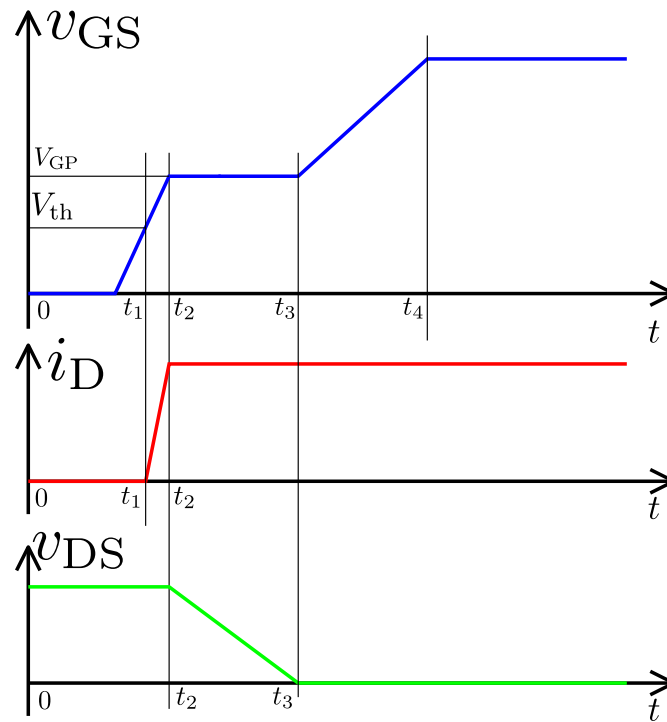


図 A.11: ターンオン時の波形の概略

C_{DS} の電荷が放電しきって、ドレイン-ソース電圧 v_{DS} がほぼ 0 に到達する時刻が $t = t_3$ である。そして、 $t_3 < t < t_4$ において再び、 $C_{GD} + C_{GS}$ のキャパシタの充電を行う。以上がターンオンの動作である。

次にターンオフ時の結果を図 A.12 に示す。図 A.12 のそれぞれの波形は、図 A.9 と対応する。

ターンオンと同様に、抵抗値を下げるにしたがって、定性的にスイッチング速度が早くなり、損失が小さくなる。抵抗値が 29.8Ω の場合にもリングングが発生していない。図 A.8 の構成では、抵抗値を 29.8Ω 以下で微調整することが困難であった。そのため、抵抗値を 29.8Ω に設定する。

ターンオフの動作について、ターンオンと同様の説明ができる。まずオン状態では、 C_{GS} と C_{GD} に電荷が蓄積され、 C_{DS} には蓄積されていない。ここで C_{GD} の電荷は、 C_{GS} と逆方向に蓄積され、それぞれの電位が相殺される。ゲート信号が 0 になった後、 C_{GS} と C_{GD} の電荷がゲートドライブ側に引き抜かれる。そのため、この動作は、 $C_{GS} + C_{GD}$

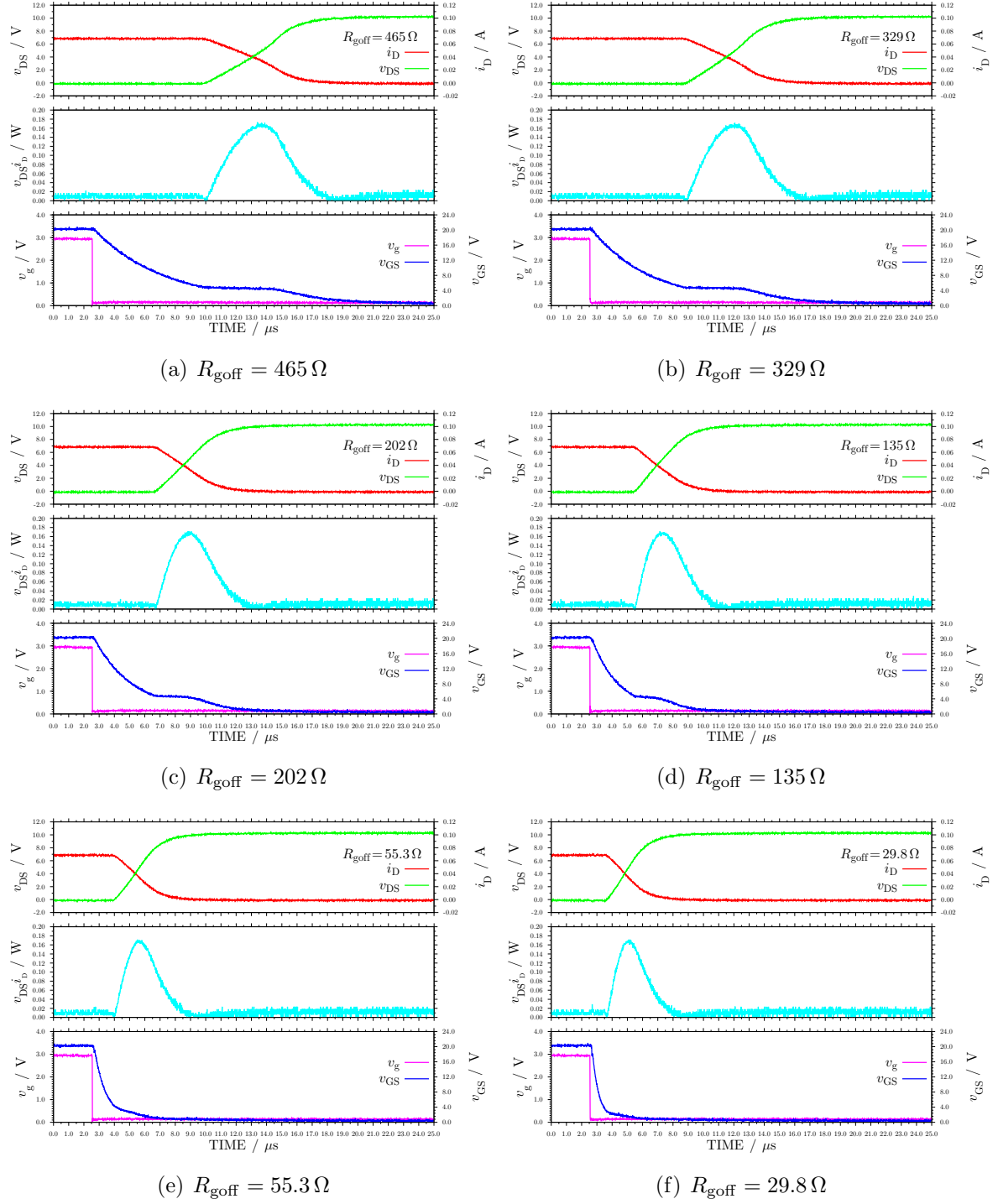


図 A.12: ゲート抵抗 R_{goff} を変化させたときの回路動作. 上図は, 赤色がドレイン電流 i_L , 緑色がドレイン-ソース電圧 v_{DS} を表す. 中図は, スイッチ素子における損失を表示する. ここで損失は, ドレイン電流 i_L とドレイン-ソース電圧 v_{DS} の積を表示する. 下図は, 桃色がゲート信号 v_g , 青色がゲート-ソース電圧 v_{GS} を表す.

のキャパシタの放電である。その後、ゲート-ソース電圧 v_{GS} がゲート停滯電圧に達し、一定となる。この際、 C_{DS} に充電される。そして、 C_{DS} と C_{GD} が充電し、 C_{GS} が放電する動作を示す。

スイッチング時間と損失の評価

本項では、前項の結果について定量的な評価を行う。用いる指標は、スイッチング時間と損失である。まず、ターンオンおよびターンオフ時間を図 A.13 で定義する。損失は、スイッチ素子のドレイン電流 i_D とドレイン-ソース電圧 v_{DS} の積を数値積分する。

図 A.14 にスイッチング時間と損失の結果を示す。抵抗値によってターンオン時間、ターンオフ時間、スイッチング損失が減少することが定量的に確認できる。図 A.14 において、抵抗値とスイッチング時間が線形になる原因を考える。ゲート-ソース電圧 v_{GS} が V_{GP} で一定になる期間を除くと、ゲート-ソース電圧 v_{GS} は、 $C_{GS} + C_{GD}$ の充放電を表す。この場合、波形に $\exp(-t/(C_{GS} + C_{GD})R_g)$ が含まれる結果になる。そのため、スイッチング時間が抵抗に比例すると考えられる。

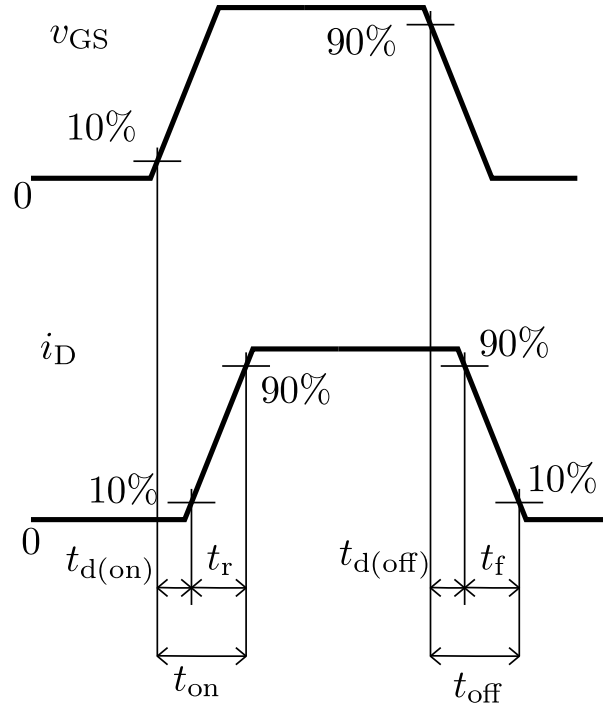


図 A.13: ターンオンおよびターンの時間の定義図. それぞれ $t_{\text{on}} = t_{\text{d(on)}} + t_{\text{r}}$, $t_{\text{off}} = t_{\text{d(off)}} + t_{\text{f}}$ である.

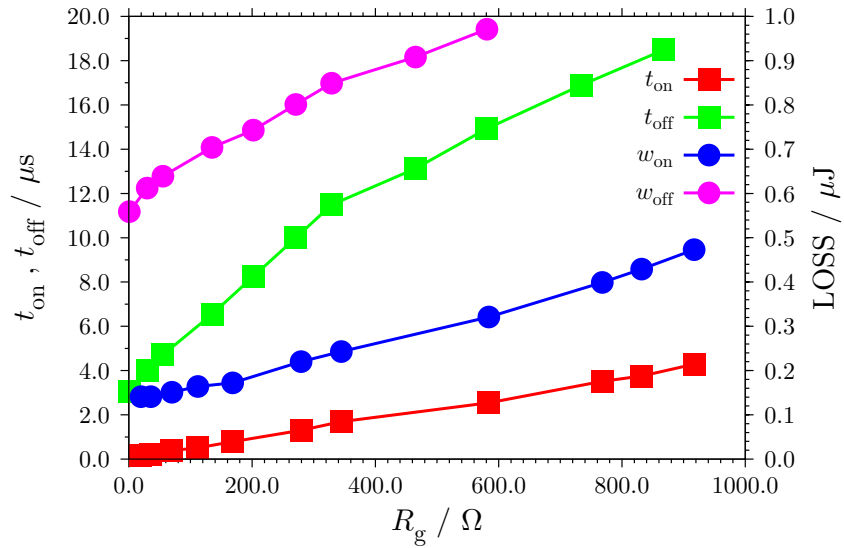


図 A.14: ターンオン時間, ターンオフ時間, スイッチング損失のゲート抵抗依存性

付 録 B RC スナバ回路

本論文では、2.1.2 項で説明した DC/DC コンバータやインバータといった電力変換器を実験で扱っている。このような回路において、主回路動作には表れていないが保護回路は必要である。そこで本章では、スイッチングを含む回路に必要不可欠である RC スナバ回路の設計方法 (R と C の決定方法) について述べる。特に、 RC スナバ回路の設計方法について研究された論文 [114] を参考にし、実験的に動作を確認した結果について述べる。

B.1 スwitchング回路における問題点とその解決策

本節では、スイッチングを含む回路に内在している問題点とその解決策について述べる。スイッチングを含む回路や装置において、スイッチ素子はその回路や動作を担うという重要な役割を果たしている。このスイッチ素子が一度破壊されてしまうと、回路や装置全体が誤動作を起こしたり破壊されてしまう危険がある。スイッチ素子を破壊する原因は、過電流、過電圧、過電力、温度異常などが考えられる [111]。そこで、このような過電流、過電圧、過電力、温度異常などからスイッチ素子を守る必要がある。このような危険な状態が生じてしまう原因の一つにスイッチングそれ自体が挙げられる。特に、ターンオフの際にスイッチ素子の両端にサージが発生してしまうことがある。このサージは過電圧であるだけでなく、過電圧による過電流、温度上昇を発生する場合がある。さらにサージが発生した後、スイッチング周波数に比べて高い周波数のリングングが発生する。サージからスイッチ素子を守るためには、十分な耐圧 (MOSFET の場合、最大ドレイン電圧) のスイッチ素子を使用するという方法がある。スイッチ素子を高耐圧にするためには、物理的に半導体の層を厚くしなければならない。そのため、高耐圧のスイッチ素子は、オン抵抗が大きくなる傾向がある [111]。オン抵抗が大きくなると今度は過電力や温度上昇が問題になってしまう。そこで、一般的に用いられる保護

回路の一つが RC スナバ回路である [111, 112, 115]. RC スナバ回路はターンオフ時のサージをキャパシタで吸収するとともに抵抗によってリングングを抑制する効果がある [111, 112, 115].

B.2 対象とする DC/DC コンバータとスイッチ動作

本節では、本章で対象とする回路について説明する。2.1.2 項で説明した DC/DC コンバータのスイッチ素子に RC スナバ回路を挿入することを考える。次に製作した回路とその設定について説明する。図 2.7 にブーストコンバータの回路図とその写真を示す。ダイオードは GSF10A20 (最大順方向電流 10 A), スwitch素子は MOSFET の 2SK3116 (耐圧 600 V), キャパシタは耐圧 200 V 容量 10 mF および耐圧 450 V 容量 4.7 mF を使用する。電流測定用の抵抗は 25 W 用無誘導性抵抗 1 Ω , 負荷は 25 W 用無誘導性抵抗 1 k Ω を 3 つ並列接続したものを使用する。直流電源は, KENWOOD PA30-2A, TEXIO PA30-3B を直列接続して最大 60 V を出力可能にしている。本研究では, 50 V (25 V + 25 V) を昇圧して 141 V を達成することを目的としているが, 本章では RC スナバ回路の動作確認のために対象とする電圧値を下げて使用する。特に RC スナバ回路用に使用したキャパシタの耐圧が 50 V のものが多いので, 出力が 50 V の半分以上の 20 V 程度になるように設定する。実際の高電圧回路では, 耐圧の高いフィルムコンデンサなどが使われる。このような条件から本章では入力電圧 10 V (5 V + 5 V), スイッチング信号のパルスをデューティ比 50 % に設定する。

この回路においてのドレイン-ソース間電圧とドレイン電流について検討する。図 B.1 にドレイン-ソース間電圧とドレイン電流の結果を示す。この図の赤色の実線がドレイン-ソース間電圧, 緑色の実線がドレイン電流を表す。この波形はオシロスコープ (TDS3054C 500 MHz 5 GS/s) で測定している。また, ドレイン電流の測定では電流プローブ (TCP202 50 MHz) を使用している。ターンオフの際, 僅かながらドレイン-ソース間電圧にサージが発生していることが確認できる。また, この結果を拡大すると数 MHz のリングングが確認できる。

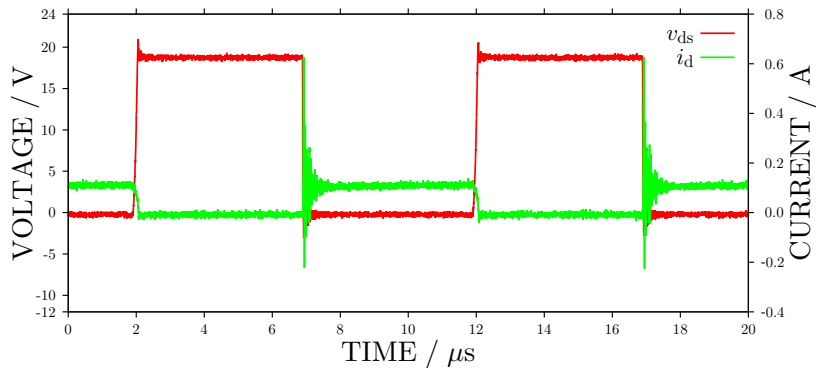


図 B.1: ドレイン-ソース間電圧とドレイン電流の実験結果. 赤色の実線がドレイン-ソース間電圧, 緑色の実線がドレイン電流に対応する.

B.3 R および C の実験的選定とその問題点

本節では, RC スナバ回路に使用する R と C の実験的選定を行い, その選定方法の問題点について述べる. 以後, RC スナバ回路に使用する R と C をそれぞれ R_s , C_s とする.

図 B.2 に R_s , C_s を 4 通り変えた場合のドレイン-ソース間の電圧波形を表す. RC スナバ回路なしの結果が赤色の波形で, R_s が $20\ \Omega$, C_s が $4700\ \text{pF}$ の場合が青色の波形である. このパラメータから容量を大きくした場合が緑色の結果である. 容量が大きいので立ち上がりが遅くなる. また, 抵抗を小さくした場合がピンク色の結果である. この場合, 僅かながらリングングが消えず残る. 一方, 抵抗を大きくした場合が水色の結果である. 抵抗にかかる電圧降下が重畳されることにより, 立ち上がり速度が速くなることが確認できる.

図 B.2 の結果だけでは, 適切なパラメータを決定することは困難である. そこで, これらの波形の結果以外にも R_s , C_s の値を変えて波形を測定する. このとき, ドレイン-ソース間電圧における振動の有無によって分類した結果が図 B.3 である. 図 B.3 の緑色の点に対応する R_s , C_s のパラメータの場合には, 振動が生じないことを意味し, 青色の点は振動が生じていることを意味している. この結果の振動の有無は, オシロスコープの結果を目視で判断する.

ここで, R_s , C_s の選定に関して問題点を挙げる. まず, R_s , C_s のオーダーが分からな

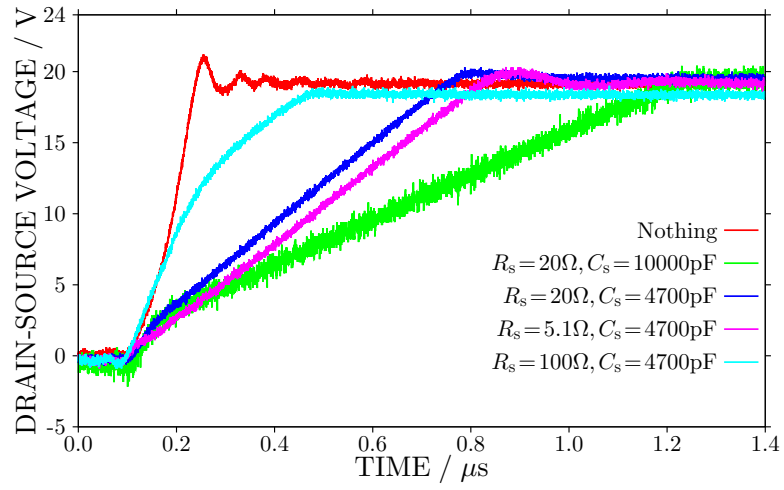


図 B.2: R_s , C_s の組み合わせ毎のドレイン-ソース間の電圧波形

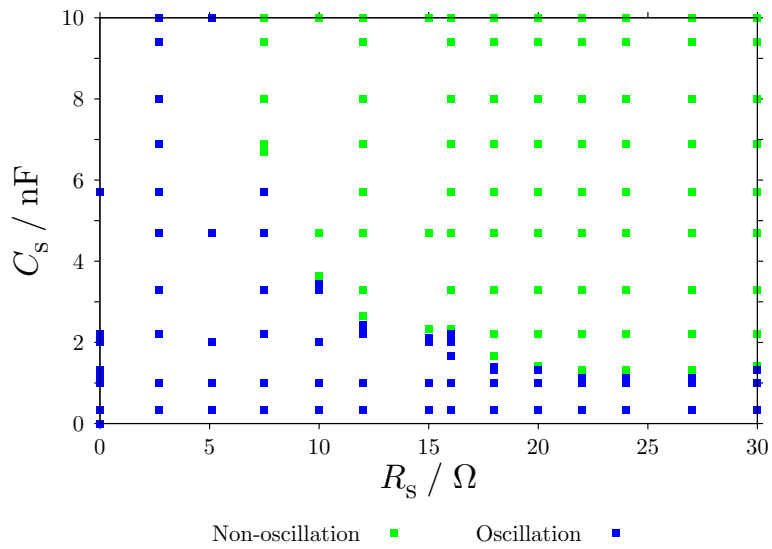


図 B.3: ドレイン-ソース間電圧における振動の有無における分類. 青色の点は振動が発生する場合, 緑色の点は振動が発生しない場合のパラメータであることを意味する.

いことが挙げられる。図 B.3 のように虱潰しに調べると、ここに示した範囲と同じ細かさで確かめることになる。これに関連して、この測定だけで時間がかかる。また、どのパラメータの組み合わせが「適切」という評価基準がないことが挙げられる。そのため、波形を調べるだけでは定まらないという問題がある。

B.4 R および C の設定方法の文献

本節では、 R_s , C_s の設定の方法について研究された文献 [114] を紹介する。この文献では、高周波動作の等価回路を考え、ダイオードの ON, OFF によって等価回路を変えて動作モードを切り分けている。そして、解析解を求めることによって過電圧の評価および振動しない解を求めている。その結果、リングングを生じない R_s , C_s の組み合わせを根軌跡法によって求めることが可能であることを示している。さらにその中でも最小損失になる R_s , C_s の組み合わせを求めることが可能であることを示している。本章では、この文献の考え方を利用して RC スナバ回路の設計方法について考える。

B.5 ターンオフ時の等価回路

文献 [114] では回路の素子に対して高周波の等価回路を導出しているが、ここではさらに簡単化した等価回路を考えて、 RC スナバ回路の設計指針を示す。図 B.4(a) にターンオフ時の等価回路を示す。スイッチ素子自体をコンデンサ C_e とみなし、回路上の寄生成分である R_e , L_e を考える。式 (B.1) にこの等価回路における微分方程式を示す。

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R_e}{L_e} \frac{di}{dt} + \frac{1}{L_e C_e} i = 0 \quad (\text{B.1})$$

ここで、 i は回路に流れる電流を意味する。

この微分方程式において、 R_e が十分に小さいと考えると、解は $1/2\pi\sqrt{L_e C_e}$ の周波数で振動する。この振動が実験結果に表れるターンオフ時のリングングであると考えられる。そして、この回路に RC スナバ回路を接続した場合を考える。図 B.4(b) に RC スナバ回路を接続した場合の等価回路を示す。同様に、式 (B.2) にその微分方程式を示す。

$$\frac{d^3 i}{dt^3} + \left(\frac{C_e + C_s}{C_e C_s R_s} + \frac{R_e}{L_e} \right) \frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{(C_e + C_s) R_e}{L_e C_e C_s R_s} + \frac{1}{L_e C_e} \right) \frac{di}{dt} + \frac{1}{L_e C_e C_s R_s} i = 0 \quad (\text{B.2})$$

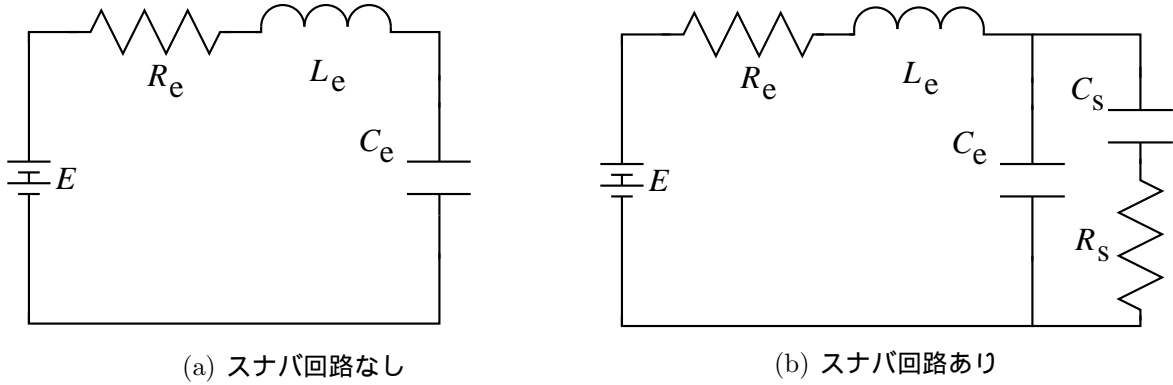


図 B.4: ターンオフ時の寄生成分を考慮した等価回路. C_e の箇所がスイッチ素子のドレイン-ソース間に相当する.

図 B.4(b) は RC スナバ回路にキャパシタを含むため, この微分方程式は式 (B.1) に比べて 1 階増えている. 文献 [114] では微分方程式をラプラス変換を用いて解いている. ラプラス変換を用いて根軌跡法を使用するということは, この微分方程式の特性方程式を解くことと等価であると考えられる. 解が振動しないためには, 特性方程式の解が全て負の実数になるように R_s , C_s を選ばばよい.

文献 [114] では, R_e が充分小さいと仮定して最適な R_s , C_s を以下のように定めている.

$$R_{\text{opt}} = 0.65 \sqrt{\frac{L_e}{C_e}} \quad (\text{B.3})$$

$$C_{\text{opt}} = 8C_e \quad (\text{B.4})$$

ここで R_{opt} , C_{opt} は, 最適な R_s , C_s を表している.

B.6 寄生成分の測定

本節では, スイッチング回路の寄生成分の測定方法について説明する. 前節では, 文献 [114] の方法を参考にして適切なパラメータの定める目安を確立した. この方法を用いる上で問題になることは, 寄生成分の C_e , L_e の値を測定することである. 寄生成分は製作した回路毎に異なる.

R_e が充分に小さいと仮定すると, 式 (B.1) から振動周波数は $f_e = 1/2\pi\sqrt{L_e C_e}$ であると上述した. 振動周波数は, RC スナバ回路を接続していない状態におけるリンギン

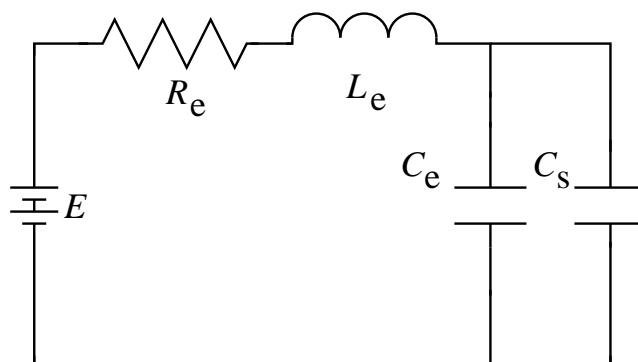


図 B.5: 図 B.4(a) に C_s を接続した場合の等価回路

グの周波数を測定すればよい。次に寄生キャパシタ C_e の値の測定方法を考える。書籍や論文などの文献には C_e の値の測定方法が見当たらなかったが、マキシム・ジャパン株式会社の Web サイト^(a)に C_e の値の測定方法が記載されていた。この Web サイト上に記載されていた測定方法について、理由付けとともにここで述べる。

スイッチ素子にキャパシタだけを接続した場合を考える。図 B.5 にその等価回路を示す。このとき振動周波数が半分になるような C_s を算出する。Web サイトによると、この値が $3C_e$ である。図 B.6 にキャパシタの値を変化させたときのリングングの変化を示す。赤色の実線がキャパシタなしの結果である。解析解のような包絡線が指数関数で振動が正弦波になっていない。この原因は、等価回路では表せていない成分が含まれていると考えられる。ここの目的は、実験結果に合う等価回路を確立することではなく、 RC スナバ回路のパラメータ決定の指針を示すことである。したがって、ここではこの波形に関する深い議論は省略する。

Web サイトに記載されていた寄生キャパシタ C_e の値の測定方法の理由付けを行う。スナバ回路としてキャパシタのみを接続した場合に、そのリングングの振動周波数は以下のような関係を持つ。

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_e(C_e + C_s)}} = \frac{1}{2}f_e = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi\sqrt{L_e C_e}}$$

$$C_e + C_s = 4C_e$$

^(a)<http://japan.maxim-ic.com/app-notes/index.mvp/id/3835>

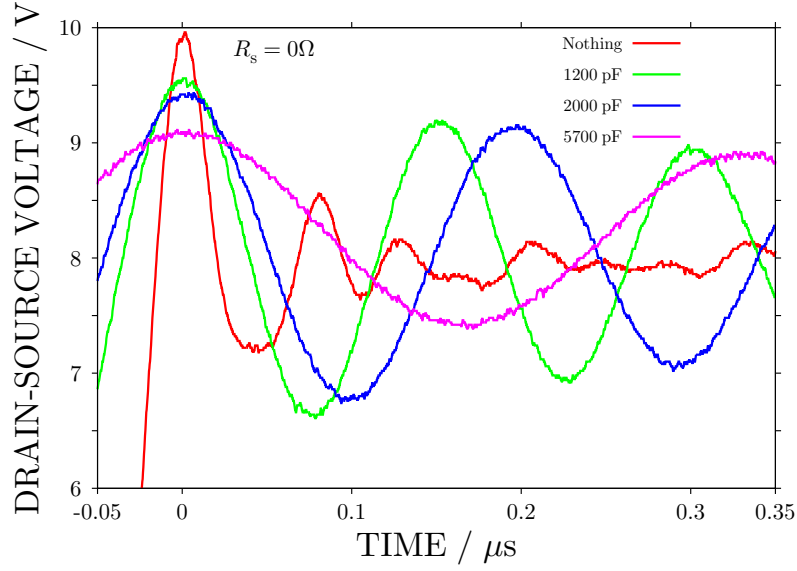


図 B.6: C_s を変化させた場合のドレイン-ソース電圧のターンオフ時の時間波形

この関係が寄生キャパシタ C_e の値の測定方法の理由であると考えている。したがって、キャパシタなしのリングングの振動周波数を調べるのが困難な場合は、異なる C_s を用いたときの周波数から寄生キャパシタ C_e の値が測定できると言える。

次に、寄生インダクタ L_e と寄生抵抗 R_e の測定について考える。寄生インダクタ L_e はリングングの振動周波数 f_e と寄生キャパシタ C_e から算出可能である。寄生抵抗 R_e は、リングングの減衰に対する時定数 L_e/R_e を測定することによって算出可能である。

B.7 非振動領域と実験結果

本節では、前節で算出した寄生成分を式 (B.2) に代入して非振動領域を求めた結果について述べ、 RC スナバ回路を挿入した結果について議論する。

はじめに、B.3 節の実験的な R_s , C_s の選定結果と B.5 節の解析的な結果を比較する。図 B.7 に双方の結果をまとめて示す。赤色の領域が式 (B.2) の微分方程式において解が振動しないパラメータの組み合わせを与えている。この非振動領域の先端が式 (B.3), (B.4) によって与えられたパラメータの組み合わせである。この結果より実験結果と定

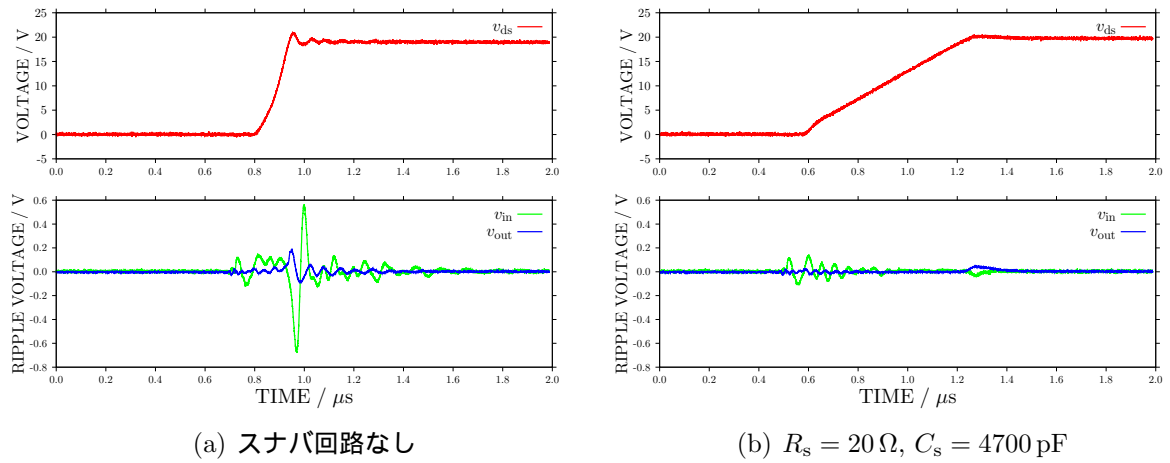


図 B.8: ドレイン-ソース間電圧と入出力電圧のターンオフ時の時間波形

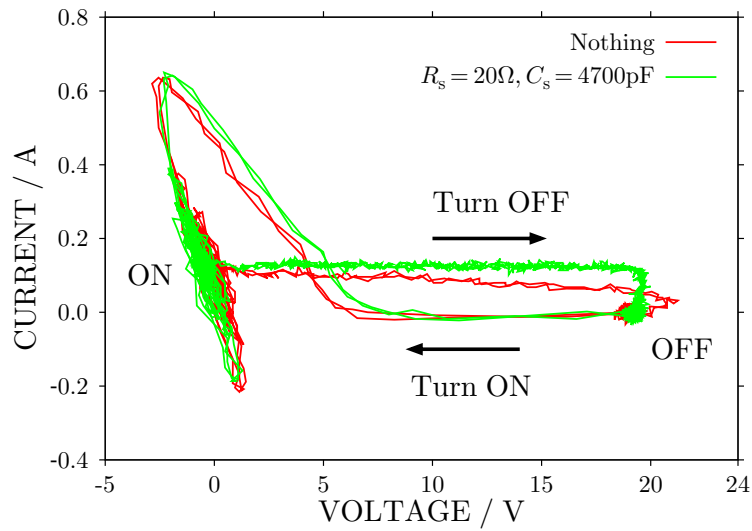


図 B.9: スイッチングの動特性. 赤色の実線が RC スナバ回路なしの結果, 緑色の実線が $R_s = 20 \Omega$, $C_s = 4700 \text{ pF}$ の RC スナバ回路を接続した結果である.

していることがわかる。また RC スナバ回路を接続した場合と比較するとリングングの分だけ OFF 状態の点から広がりを見せている。一方、 RC スナバ回路を接続した場合には、ターンオフ時に電流が一定の状態では電圧が先に変化している。この結果は、面積の時間積分だけの損失が発生することを意味する。変化の速度がこの結果では表れていないので一概には言えないが、 RC スナバ回路を接続した場合には、損失に関連している経路の面積が大きくなる。

損失に関しての検討を行うためにドレイン-ソース間電圧とドレイン電流、さらにはその積を考える。図 B.10(a), (b) にその結果を示す。スイッチング損と導通損の明確な分類はここではしていないので、図中の破線区間における時間積分値をスイッチング損として定める。この結果から RC スナバ回路なしの場合には、 $0.10 \mu\text{J}$ の損失、 RC スナバ回路を接続した場合には $1.21 \mu\text{J}$ の損失が発生する。 RC スナバ回路を接続することによって、約 10 倍の損失が発生することになる。 RC スナバ回路は、サージの吸収とリングングの抑制の働きをする代償として損失が増加するという結果が確認できた。

さらに、式 (B.3), (B.4) を目安として選定した $R_s = 20 \Omega$, $C_s = 4700 \text{ pF}$ の組み合わせの有効性について考える。図 B.10(c), (d) に比較のために $R_s = 20 \Omega$, $C_s = 10000 \text{ pF}$, $R_s = 100 \Omega$, $C_s = 4700 \text{ pF}$ とした RC スナバ回路の組み合わせの結果を示す。ターンオフ時のスイッチング損を比較すると式 (B.3), (B.4) を目安として選定した組み合わせの場合が一番損失が少ないことがわかる。この結果より、式 (B.3), (B.4) を目安とするものの有効性が確認できた。

また、 R_s , C_s のパラメータの変化による電圧電流波形の変化について考察する。 C_s を大きくした場合に電圧の立ち上がりが遅くなる理由について考える。ターンオフ時の初期段階ではダイオード OFF 状態で、 L が大きいと電流がほぼ一定である。この電流の積分 $(1/(C_e + C_s)) \int i dt$ によって電圧が立ち上がることが原因であると考えられる。 R_s を大きくした場合に電圧の立ち上がりが速くなり、電流の立ち下がりが遅くなる理由について考える。電圧の立ち上がりは時定数 $L/(R + R_s)$ が小さくなることに加えて、電圧降下分とキャパシタの充電で立ち上がりが決まる。そのため、抵抗が大きいと電圧降下が大きくなるので、電圧の立ち上がりが速くなると考えられる。また、時定数 $C_s R_s$ が大きくなったことから電流の立ち下がりが遅くなったと考えられる。これらの特徴を理解した上でパラメータの組み合わせを選定する必要がある。

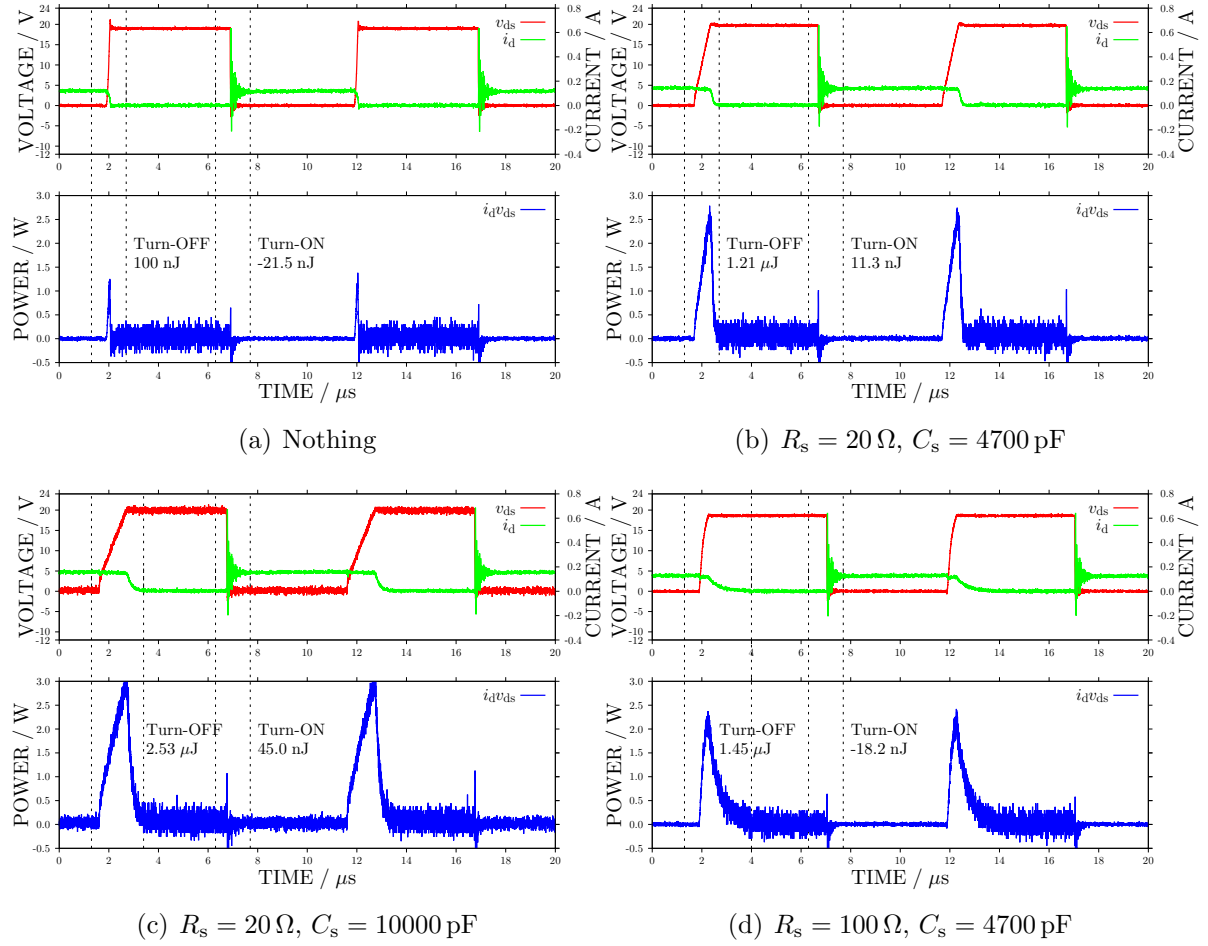


図 B.10: ドレイン-ソース間電圧, ドレイン電流とその積である損失パワーの時間波形

B.8 まとめ

本章では, RC スナバ回路の R と C の決定方法について述べた. 特に, RC スナバ回路の設計方法に関する文献 [114] の考え方をブーストコンバータに適用した. その結果, 振動および損失の観点から設定値が適当であることを確認した. さらに, 寄生成分の測定方法について等価回路を用いた理由付けを与えた. 本章の範疇ではないが, スイッチング時のエネルギーを回生するとともにソフトスイッチングを達成して損失を低減する研究 [116–118] が行われている. 本章で得られた R と C の決定方法を用いて, 本論文で扱うブーストコンバータとインバータのスイッチ素子に RC スナバ回路を設定する.

付 録 C インバータの出力電圧波形に 対する二重 Fourier 級数展開

本章では, 2.1.2 項で省略した, インバータ出力電圧波形 V_{out} の二重 Fourier 級数展開について詳述し, インバータ出力電圧波形 V_{out} の主成分について言及する.

はじめに, インバータのスイッチングが生じるタイミングについて考える. スwitchングが図 2.11 のように定まる場合を考える. ここで, キャリア信号の一周期分について考える. $0 \leq \omega_b t \leq \pi$ のとき, キャリア信号 V_{tri} は, $V_{\text{tri}} = -(2V_b/\pi)\omega_b t + V_b$ となる. 同様に, $\pi \leq \omega_b t \leq 2\pi$ のとき, $V_{\text{tri}} = (2V_b/\pi)\omega_b t - 3V_b$ である. そのため, キャリア信号と変調信号の交点である, θ_1, θ_2 は以下ようになる.

$$\theta_1 = -\frac{\pi}{2}M \sin \omega_s t + \frac{\pi}{2} \quad (\text{C.1})$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2}M \sin \omega_s t + \frac{3\pi}{2} \quad (\text{C.2})$$

ここで, M は変調度と呼ばれ, キャリア信号の振幅と変調信号の振幅比 $M := V_s/V_b$ で定義する. また, キャリア信号が変調信号に対して, 充分高い周波数であると仮定する. すなわち, キャリア信号の一周期に対して, $\sin \omega_s t$ が一定であるとする.

インバータの入力電圧の直流の値を V_{in} とし, 式 (2.19) から係数 K_{mn} を計算する. ただし, $x = \omega_b t, y = \omega_s t$ とする.

$$K_{mn} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^{\theta_1} (-V_{\text{in}}) e^{-j(mx+ny)} dx + \int_{\theta_1}^{\theta_2} (+V_{\text{in}}) e^{-j(mx+ny)} dx + \int_{\theta_2}^{2\pi} (-V_{\text{in}}) e^{-j(mx+ny)} dx \right\} dy \quad (\text{C.3})$$

次に, それぞれの成分ごとに K_{mn} の値を計算する.

直流成分 ($m = 0, n = 0$)

$$\begin{aligned}
 K_{00} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} 2V_{\text{in}}(\theta_2 - \theta_1 - \pi) \, dy \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} 2V_{\text{in}}\pi M \sin \omega_s t \, dy \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} 2V_{\text{in}}\pi M \sin y \, dy = 0
 \end{aligned} \tag{C.4}$$

基本波成分 ($m = 0, n = 1$)

$$\begin{aligned}
 K_{01} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} 2V_{\text{in}}(\theta_2 - \theta_1 - \pi) e^{-jy} \, dy \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} 2V_{\text{in}}\pi M \sin y \, e^{-jy} \, dy = \frac{-jMV_{\text{in}}}{2}
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

式 (2.20) より, $b_{01} = MV_{\text{in}}$ である.

変調周波数の高調波成分 ($m = 0, n > 1$)

式 (C.5) と同様に計算すると, $K_{0n} = 0$ となる.

キャリア周波数の整数倍成分 ($m \geq 1, n = 0$)

$$\begin{aligned}
 K_{m0} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \frac{2jV_{\text{in}}}{m} (e^{-jm\theta_2} - e^{-jm\theta_1}) \, dy \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \frac{2jV_{\text{in}}}{m} \{ e^{-j3m\pi/2} e^{-j(mM\pi/2)\sin y} - e^{-jm\pi/2} e^{j(mM\pi/2)\sin y} \} \, dy
 \end{aligned}$$

Jacobi の展開項式を用いることによって, \exp の項は, 以下のように展開できる.

$$e^{\pm j(mM\pi/2)} = \sum_{k=0}^{\pm\infty} J_k(mM\pi/2) e^{\pm jky} \tag{C.6}$$

ここで, $J_k(\cdot)$ は第一種 Bessel 関数である [52]. これより, K_{m0} は, 以下のようになる.

$$K_{m0} = \frac{j2V_{\text{in}}}{(2\pi)^2 m} \sum_{k=0}^{\pm\infty} J_k(mM\pi/2) e^{-jm\pi/2} \int_0^{2\pi} \{ (-1)^m e^{-jky} - e^{jky} \} \, dy \tag{C.7}$$

したがって, $k = 0, m = 1, 3, 5, \dots$ の場合のみ K_{m0} は 0 以外の値を持ち, 以下のようになる.

$$K_{m0} = -j \frac{2V_{\text{in}}}{m\pi} J_0(mM\pi/2) e^{-jm\pi/2} \tag{C.8}$$

キャリア周波数と変調周波数の和および差の周波数成分 ($m \geq 1, n \neq 0$) ^(a)

$n = 0$ の場合と同様に計算すると以下ようになる.

$$K_{mn} = \frac{j2V_{in}}{(2\pi)^2 m} \sum_{k=0}^{\pm\infty} J_k(mM\pi/2) e^{-jm\pi/2} \int_0^{2\pi} \{(-1)^m e^{-j(k+n)y} - e^{j(k-n)y}\} dy$$

したがって, $k = \pm n$ の場合のみ積分項は 0 以外の値を持ち, 以下ようになる.

$$K_{mn} = -\frac{j2V_{in}}{2m\pi} e^{-jm\pi/2} \left(J_n(mM\pi/2) - (-1)^m J_{-n}(mM\pi/2) \right) \quad (C.9)$$

さらに, 第一種 Bessel 関数は, 以下の関係がある.

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad (C.10)$$

この関係を用いることによって, K_{mn} は, 以下ようになる.

$$K_{mn} = -\frac{j2V_{in}}{2m\pi} e^{-jm\pi/2} J_n(mM\pi/2) \{1 - (-1)^{m+n}\} \quad (C.11)$$

したがって, $m = 1, 3, 5, \dots, n = 2, 4, 6, \dots$ または, $m = 2, 4, 6, \dots, n = 1, 3, 5, \dots$ の場合に K_{mn} は 0 以外の値を持ち, 以下ようになる.

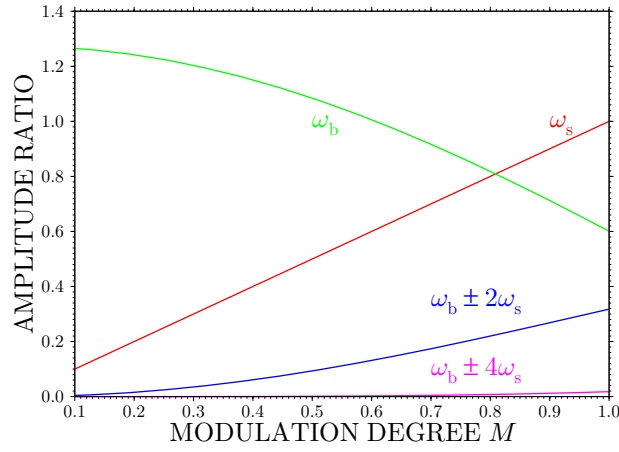
$$K_{mn} = -\frac{j2V_{in}}{m\pi} e^{-jm\pi/2} J_n(mM\pi/2) \quad (C.12)$$

以上より, インバータの出力電圧波形 V_{out} は以下のように記述される.

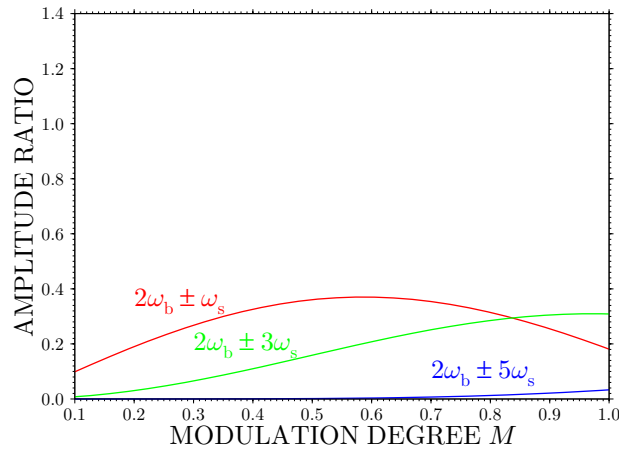
$$\begin{aligned} V_{out} = & MV_{in} \sin \omega_s t + \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_{in}}{m\pi} J_0(mM\pi/2) \sin\{m(\omega_b t - \pi/2)\} \\ & + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=\pm 2, \pm 4, \dots}^{\pm\infty} \frac{4V_{in}}{m\pi} J_n(mM\pi/2) \sin\{m(\omega_b t - \pi/2) + n\omega_s t\} \\ & + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{n=\pm 1, \pm 3, \dots}^{\pm\infty} \frac{4V_{in}}{m\pi} J_n(mM\pi/2) \sin\{m(\omega_b t - \pi/2) + n\omega_s t\} \quad (C.13) \end{aligned}$$

この式から得られる各周波数成分の振幅値を図 C.1 に示す. この結果から, インバータの出力電圧波形 V_{out} は, 変調周波数成分 (基本波成分) とスイッチング周波数成分 (キャリア周波数成分) が支配的であることがわかる.

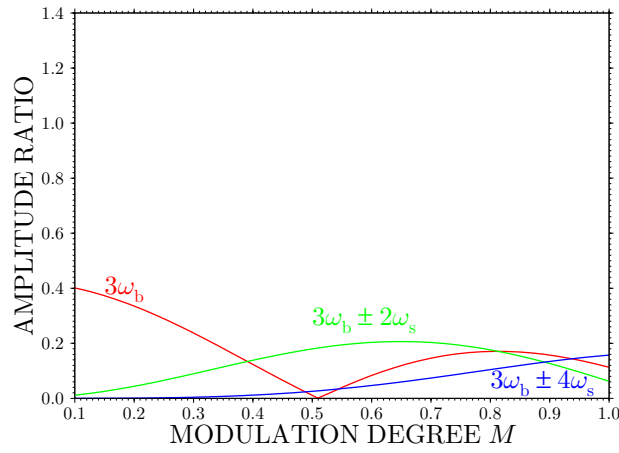
^(a) キャリア周波数のサイドバンド成分と呼ぶ.



(a) 基本波成分 ω_s , キャリア周波数成分 ω_b とサイドバンド成分 $\omega_b \pm 2\omega_s$, $\omega_b \pm 4\omega_s$



(b) キャリア周波数の2倍のサイドバンド成分 $2\omega_b \pm \omega_s$, $\omega_b \pm 3\omega_s$, $\omega_b \pm 5\omega_s$



(c) キャリア周波数の3倍成分 $3\omega_b$ とサイドバンド成分 $3\omega_b \pm 2\omega_s$, $\omega_b \pm 4\omega_s$

図 C.1: 変調度 M に対する各周波数成分の割合. 式 (C.13) から得られる振幅値を V_{in} で割った値を表記する.

付 録 D 実験に用いる測定系の構築およびデータ処理

本章では、本文に省略した実験回路の測定系と実験データの処理方法について述べる。

D.1 測定系

本節では、実験回路の電流と電圧の検出方法について述べる。

D.1.1 計測器

実験データの計測にはメモリハイコーダ 8841 (日置電機社製, 12 チャンネル) を使用する。さらに、実時間の波形確認のため、絶縁オシロスコープ (TPS2024, Tektronix 社製) を併用する。特に、連系開始時には、配電系統側の電圧波形 v_{ac} とインバータの出力電圧 v_{inv} をオシロスコープ上で目視し、位相が合うタイミングで連系のためのスイッチをオンする。

D.1.2 電流および電圧の検出方法

- 電流 i_L : 図 2.17 の無誘導性抵抗 R_s の電圧降下から電流値を算出する。d-space へのフィードバックには、絶縁直流増幅器 3132(横河電機社製) を用いる。
- 電圧 v_C : $2.2\text{ M}\Omega$ と $120\text{ k}\Omega$ の直列接続した抵抗をインバータの入力側に接続する。分圧した $120\text{ k}\Omega$ の電圧を絶縁直流増幅器 3132(横河電機社製) によって、d-space にフィードバックする。
- 電流 i_{tr1} , i_{inv} , i_{ac} : 電流センサ LTP 6-NP(LEM 社製) を用いる。

D.2 データの平滑化

実験のデータ処理について、本節では述べる。インバータの入力電圧 v_C の測定に対する分解能は、 0.125 V である。そのため、インバータの角周波数 $\omega_{\text{inv}} = \omega_0(v_C - v_C^*)/V_b$ に変換した場合、 ω_{inv} の分解能は、 0.33 rad/s となる。この分解能では、数値計算の結果に示す $(\delta_{\text{inv}}, \omega_{\text{inv}})$ 断面への射影を表すと、その軌跡を見ることが困難である。さらに、インバータの入力電圧 v_C とインダクタ電流 i_L の実験結果では、ブーストコンバータとインバータのスイッチングによるサージが存在する。このような理由から、測定結果を単純移動平均 [119] を用いてデータの平滑化を行う。具体的には、計測時刻前後のデータ点 20 個の平均をその時刻の測定値とする。ここで計測器のサンプリング時間は 0.2 ms なので、平均する時間は 20 点分で 4 ms となる。この平均する時間は 4 節で詳述したキャパシタ電圧 v_C の振動に対して十分に短く、かつスイッチング周波数 f_1, f_2 に対して十分に長い時間である。

付 録 E 保存系に対する基本角周波数 ω_1 と初期値 x_0 の関係

本章では, 式 (6.4) の導出を行い, 基本角周波数 ω_1 と初期値 x_0 の関係を示す. まず, 保存系を表す式 (6.2) を考える. その第 1 積分, すなわちエネルギーの保存則の関係は以下で表される [101].

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + U(x) = E \quad (\text{E.1})$$

ここで, E は全エネルギーを表す. 式 (E.1) は 1 階の微分方程式であり, 変数分離法を用いて積分すると次式が得られる.

$$t = \sqrt{\frac{1}{2}} \int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} + \text{const.} \quad (\text{E.2})$$

また, $(dx/dt)^2/2 \geq 0$ なので, 式 (E.1) の関係から全エネルギー E は常に $U(x)$ よりも大きい. すなわち, x は $U(x) \leq E$ を満たす領域内で変化する. ここで, 図 E.1 に示すポテンシャル関数を考える. 全エネルギー E を定めると x が変化する領域が $x_1 \leq x \leq x_2$ と定まる. x_1 と x_2 は $E = U(x)$ を満たす根であるので, E の関数として与えられる. この場合, x は x_1 と x_2 の間を周期的に振動する. さらに, x_1 から x_2 までの変化に要する時間と, x_2 から x_1 までの時間は等しいため, 振動の周期 T_1 は, x_1 から x_2 までの時間の 2 倍となる. したがって, 式 (E.2) を用いて周期 T_1 を以下のように求めることができる.

$$T_1 = 2\sqrt{\frac{1}{2}} \int_{x_1(E)}^{x_2(E)} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} \quad (\text{E.3})$$

ここでは, 単項式で表されるポテンシャル関数 $U(x) = a_n x^n$ を対象としている. さらにポテンシャル関数の対称性より, 周期軌道の周期 T_1 はポテンシャル関数の値が最大になるときの x の値, すなわち, x_0 によって定まる. したがって, 振動の周期 T_1 は x_0 から 0 までの時間の 4 倍に等しく, 式 (E.4) のように求められる. ここで, x_0 は図 E.1 に

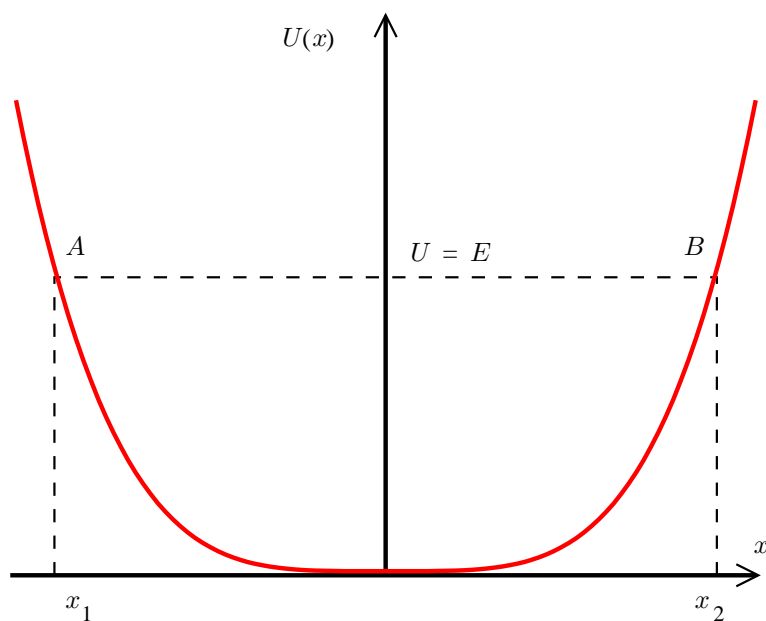


図 E.1: ポテンシャル関数と x の運動する領域. 解の全エネルギーが定まると図中の A から B の間に運動する領域が限定される.

おける $x_2 = x_0$, $x_1 = -x_0$ に対応し, $E = a_n x_0^n$ を満たしている.

$$T_1 = 4\sqrt{\frac{1}{2}} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{E - a_n x^n}} = 2\sqrt{2} \int_0^{(E/a_n)^{1/n}} \frac{dx}{\sqrt{E - a_n x^n}} \quad (\text{E.4})$$

次に, Γ 関数を用いて, 式 (E.4) から式 (6.4) を導出する. Γ 関数と B 関数の定義を以下に与える.

$$\begin{cases} \Gamma(z) &:= \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \\ B(x, y) &:= \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

さらに Γ 関数と B 関数には, 以下の関係が成り立つことが知られている.

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)} \quad (\text{E.6})$$

式 (E.4) から式 (6.4) の導出の導出を行う.

$$\begin{aligned}
T_1 &= 2\sqrt{2} \int_0^{(E/a_n)^{1/n}} \frac{dx}{\sqrt{E - a_n x^n}} \\
&= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{E}} \int_0^{(E/a_n)^{1/n}} \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(a_n^{\frac{1}{n}} x / E^{\frac{1}{n}}\right)^n}}
\end{aligned} \tag{E.7}$$

ここで, $y := (E/a_n)^{-1/n} x$ とおき変数変換を行う.

$$T_1 = \frac{2\sqrt{2}(E/a_n)^{1/n}}{\sqrt{E}} \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{1 - y^n}} \tag{E.8}$$

さらに $u := y^n$ とおき変数変換を行う.

$$\begin{aligned}
T_1 &= \frac{2\sqrt{2}(E/a_n)^{1/n}}{n\sqrt{E}} \int_0^1 \frac{u^{1/n-1} du}{\sqrt{1 - u}} \\
&= \frac{2\sqrt{2}(E/a_n)^{1/n}}{n\sqrt{E}} B\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{2}\right) \\
&= \frac{2\sqrt{2}(E/a_n)^{1/n} \Gamma\left(\frac{1}{n}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{n\sqrt{E} \Gamma\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2}\right)}
\end{aligned} \tag{E.9}$$

$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$, $(E/a_n)^{1/n} = x_0$ より以下のようにになる.

$$T_1 = \frac{2\sqrt{2\pi} \Gamma\left(\frac{1}{n}\right)}{n\sqrt{a_n} \Gamma\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2}\right)} |x_0|^{1-n/2} \tag{E.10}$$

また, 周期 T_1 と基本角周波数 ω_1 との関係を考えれば, 以下のようにになる.

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \sqrt{\frac{a_n \pi}{2}} n \frac{\Gamma\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)} |x_0|^{\frac{n}{2}-1} \tag{E.11}$$

以上より式 (6.4) が導出された.